



TITLE:

# 積分方程式による建築の内部及び外部空間における音場計算に関する研究( Dissertation\_全文 )

AUTHOR(S):

河井, 康人

---

CITATION:

河井, 康人. 積分方程式による建築の内部及び外部空間における音場計算に関する研究. 京都大学, 1992, 博士(工学)

ISSUE DATE:

1992-03-23

URL:

<https://doi.org/10.11501/2964436>

RIGHT:

新 制
工
870
京大附図

積分方程式による建築の内部及び外部空間における  
音場計算に関する研究

平成 3 年 12 月

河 井 康 人



# 積分方程式による建築の内部及び外部空間における音場計算に関する研究

河井康人



## 序文

室内及び建物の外部空間において、その音場を予測することは騒音の制御、ホールの音響設計において重要な課題である。

室内の問題に関しては、音楽ホール、劇場などの音響設計を行う過程で、室形状決定のため種々の試みがなされているが、コンピュータの発達した現時点においてもなお本来の波動音響学によってではなく、音線追跡法 (ray tracing method) もしくは鏡像法 (image sources method) などの幾何音響学的方法が、初期のインパルス応答や初期反射音の到来方向等の検討に用いられている。これらの方法は、高周波域での初期反射音の予測には、ある程度有効な手段となりうると思われるが、反射音が反射面の寸法、曲率、反射率に大きく影響されること、周壁間の相互反射を正確に扱っていないことを考えると、予測結果の信頼性は低いものと考えざるを得ない。また、反射音を逐次追跡して波動音響的に室のインパルス応答を求める方法も提案されているが、反射次数が高くなれば反射音の計算回数は急激に増加し、膨大な計算が要求され、初期反射音以降の応答を求める現実的な手法とは思われず、凹凸のある複雑な形状の室では、回折波の取り扱いが問題となる。また、しばしば縮尺模型実験も行われるが、吸音特性や空気の吸収の影響などをシミュレートすることに困難が生じるとともに、多数の形状について模型を作成し検討することは實際上不可能であろう。

一方、屋外の音場に関しては、塀による遮音、建物による騒音の回折減衰量の予測などが、騒音防止設計上重要である。塀の遮音については、前川の研究が有名であり実際に広く利用されており、また、その後関連する多くの研究がなされているが、ほとんどが半無限のつい立てかくさびに関するものであり、任意形状の有限障壁、相互反射の生じる囲い、厚みのある建物の回折減衰を予測するには役立たないことも多い。

任意形状の物体まわりや室内部の音場予測には、従来より有限要素法や、波動方程式の積分表示である Helmholtz-Kirchhoff の公式から導かれた境界積分方程式 (本論文では BF と呼ぶ) が用いられている。有限要素法は無限領域を扱う外部問題 (例えば障壁による回折場の計算など) には適しておらず、境界積分方程式が境界上の値のみが未知数であるのに比べて有限要素法では 3 次元領域全体に値が未知数となり、節点数、要素数の増加がおおきなネックとなる。また、一般に用いられている境界積分方程式法においても、障壁のような厚さが波長に比べて非常に薄い物体では、Kirchhoff の近似 (直接波の当たらない面上のポテンシャルを 0 とする) を用いねば解けないなどの問題もある。

本研究では主に、これまであまり用いられていない微分形の境界積分方程式 (本論文では NDF と呼ぶ) の利用に焦点を当て、各種の音場予測においてその数値計算上の問題点について検討を行うとともに、本手法の有効性を明らかにする。全体は 2 部から構成され、第 I 部は周期的な定常の場に対するもので、第 1 章では、本論文で用いる基礎的な関係式を導き、層ポテンシャルによって音場が形成される様子や、積分方程式の核の取り扱い等についてまとめている。第 2 章では、波長に比べて厚さの無視できる障壁による遮音の問題を、NDF を用いた解析法を示し、具体的計算を通じて従来からの方法と比較しながら、本手法の優れている点を明らかにする。第 3 章では、音楽ホールの設計において、これまで問題となっている座席列上伝搬音の低域における超過減衰を NDF によって解析し、模型実験も併用しながら本解析手法の利点について論じる。

一方、第 II 部においては、過渡的な場に対して Kirchhoff の公式より導いた積分方程式、主に微分形である NDF を用いた解析法について考察し、その有効性を論じる。第 4 章では、これらの基礎関係式の導出並びに数値計算上の核の取り扱い等についてまとめている。第 5 章では、音楽ホールに用いられる反射板、拡散板の過渡応答特性について NDF を用いた解析法について論じ、その有効性を明らかにする。第 6 章は、室内の過渡音場を求めるに当たって問題となる多孔質吸音層の取り扱いに

ついでに、材料表面の Admittance の時間関数が近似的に 3 パラメータによって表されることを示した後、これらのパラメータの同定法や具体的な同定例について示す。第 7 章は、音楽ホール内の過渡応答を BF によって具体的に計算し、実際的な応用の可能性を示す。また、NDF は BF に比べ、数値解法上有利である点についても明らかにする。さらに第 6 章で示したパラメータによって吸音面の Admittance を求め、NDF によって吸音室の過渡応答を計算した例についても示す。

# 目 次

<b>I</b>	<b>周期的定常応答</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>基礎関係式</b>	<b>5</b>
1.1	波動方程式と基本解 . . . . .	5
1.2	積分方程式 . . . . .	6
1.3	特異核の取り扱い . . . . .	10
<b>2</b>	<b>障壁による遮音</b>	<b>15</b>
2.1	薄板まわりの音場 . . . . .	15
2.2	Kirchhoff の境界条件近似 . . . . .	24
2.3	回折場の漸近評価 . . . . .	27
2.4	帯域ノイズへの対応 . . . . .	30
2.5	本章のまとめ . . . . .	33
<b>3</b>	<b>座席列上の音響伝搬</b>	<b>35</b>
3.1	2次元音場の関係式 . . . . .	36
3.2	2次元の計算結果 . . . . .	37
3.2.1	自由空間中に置かれた座席列 . . . . .	37
3.2.2	剛で平坦な床をもつ座席列 . . . . .	41
3.2.3	Sessler らの実験値との比較 . . . . .	41
3.2.4	座席面を吸音処理した場合の影響 . . . . .	41
3.3	3次元の計算結果 . . . . .	46
3.3.1	模型実験による検証 . . . . .	46
3.3.2	座席幅, 着席した人等の影響について . . . . .	46
3.4	本章のまとめ . . . . .	51
<b>II</b>	<b>過渡音圧応答</b>	<b>55</b>
<b>4</b>	<b>過渡応答の関係式</b>	<b>57</b>
4.1	Kirchhoff の公式とその微分形 . . . . .	57
4.2	特異核を含む積分の評価 . . . . .	59

目次	1
<b>5 反射板の過渡音圧応答</b>	<b>65</b>
5.1 薄板に対する関係式	65
5.2 実験による検証	68
5.3 本章のまとめ	79
<b>6 多孔質材料の吸音物性値</b>	<b>81</b>
6.1 過渡パルス応答による同定	81
6.1.1 多孔材表面のアドミッタンスとその時間関数	81
6.1.2 吸音材料に垂直入射する平面パルス波の反射	84
6.1.3 各種多孔材料の物性値の同定	86
6.2 まとめ	94
<b>7 室の過渡音場計算</b>	<b>95</b>
7.1 剛室内の過渡音場計算	96
7.1.1 BF による計算	96
7.1.2 BF によるホールの音場計算例	98
7.1.3 NDF による計算	106
7.2 吸音室内の過渡音場計算	111
7.3 本章のまとめ	117
<b>8 Appendix</b>	<b>119</b>
.1 定在波による吸音物性値の同定	119
.2 簡易線状音源の作成と2次元剛板の反射音場の測定	121
.3 2次元遮音壁まわりの音場計算例	127
.4 ホールの初期過渡応答のスペクトル変化	131
謝辞	147





## Part I

### 周期的定常応答



# Chapter 1

## 基礎関係式

### 1.1 波動方程式と基本解

大気圧からの微少な圧力変動である音波は、粘性を無視した場合、 $c$  を音速、 $\varphi$  を速度ポテンシャルとして、source のない領域では、波動方程式

$$\nabla^2 \varphi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \quad (1.1)$$

により表される。速度ポテンシャル  $\varphi$  と音圧  $p$  及び粒子速度  $\vec{v}$  は、 $\rho$  を空気の密度として

$$p = \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$\vec{v} = -\text{grad } \varphi \quad (1.3)$$

により関係づけられる。 $p, \vec{v}$  もまた波動方程式を満足する。

多孔性吸音材中の波動方程式としては次の式を用いる [39]。

$$\nu \kappa_p \rho_p \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \nu \kappa_p R_f \frac{\partial \psi}{\partial t} = \nabla^2 \psi \quad (1.4)$$

ただし、 $\nu, \kappa_p, \rho_p, R_f$  はそれぞれ多孔材料の空隙率、細孔中の媒質の実効圧縮率、実効密度、流れ抵抗であり、細孔中の音速は  $c_p = \sqrt{1/\kappa_p \rho_p \nu}$  となる。

周期的変化の場合、速度ポテンシャルを  $\varphi = \Phi \exp(i\omega t)$  とおき時間項を除いて表すと、空気中では  $k$  を波数として

$$\nabla^2 \Phi + k^2 \Phi = 0 \quad (k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}) \quad (1.5)$$

$$p = i\omega \rho \Phi = ik\rho c \Phi \quad (1.6)$$

$$\vec{u} = -\text{grad } \Phi \quad (1.7)$$

と表せる。また、多孔性吸音材中では

$$\Delta \Psi + k_e^2 \Psi = 0 \quad (k_e = \frac{\omega}{c_e}) \quad (1.8)$$

$$p = i\omega \rho_e \Psi = ik_e \rho_e c_e \Psi \quad (1.9)$$

$$c_e = c_p \left(1 - \frac{iR_f}{\omega \rho_p}\right)^{-1/2} \quad (1.10)$$

$$\rho_e = \rho_p \left(1 - \frac{iR_f}{\omega \rho_p}\right) \quad (1.11)$$

となり,  $k_e, \rho_e, c_e$  はそれぞれ複素波数, 実効密度, 音速を表す。

無限空間中の一点  $P(x_0, y_0, z_0)$  に置かれた強さ  $-1$  の点音源 (流体の流出入量が  $-\exp(i\omega t)$ ) による点  $Q(x, y, z)$  での速度ポテンシャルを  $G(P, Q)\exp(i\omega t)$  としたとき,  $G$  を基本解といい,  $\delta$  をデルタ関数とすると, 空気中では

$$\Delta G + k^2 G = -\delta(x - x_0)(y - y_0)(z - z_0) \quad (1.12)$$

多孔性吸音材中では

$$\Delta G_e + k_e^2 G_e = -\delta(x - x_0)(y - y_0)(z - z_0) \quad (1.13)$$

を満足し,  $\overline{PQ} = r_{PQ}$  とおくと

$$G(P, Q) = \frac{\exp(-ikr_{PQ})}{4\pi r_{PQ}}, \quad G_e(P, Q) = \frac{\exp(-ik_e r_{PQ})}{4\pi r_{PQ}} \quad (1.14)$$

となる<sup>1</sup>。

## 1.2 積分方程式

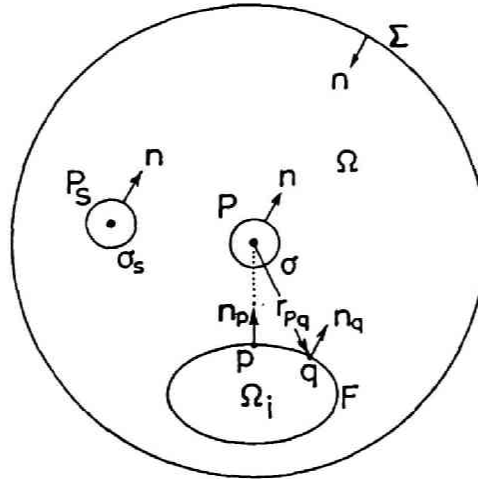


図 1.1: Green の公式の領域と記号

図 1.1 のごとく, 閉領域  $\Omega$  に対して法線  $\vec{n}$  を内向きにとり, 音源を  $P_s$ , 受音点を  $P$ , それらを中心とする小球を  $\sigma_s, \sigma$ , 表面  $F$  の物体を  $\Omega_i$  として Green の公式

$$\iiint_{\Omega} (f \Delta g - g \Delta f) dV = \iint_{\partial\Omega} \left( f \frac{\partial g}{\partial n} - \frac{\partial f}{\partial n} g \right) dS \quad (1.15)$$

を適用し ( $\Omega$  の境界は  $\partial\Omega = \Sigma + \sigma_s + \sigma + F$ ),  $f = \Phi, g = G$  とおくと,  $\sigma_s$  に対する積分より直接波  $\Phi_D(P_s, P)$ ,  $\sigma$  に対する積分は  $-\Phi(P)$  となるから

$$\Phi_D(P_s, P) + \iint_{F+\Sigma} \left\{ \Phi(q) \frac{\partial G(P, q)}{\partial n_q} - \frac{\partial \Phi(q)}{\partial n_q} G(P, q) \right\} dS_q = \Phi(P) \quad (P \in \Omega) \quad (1.16)$$

$$= 0 \quad (P \in \Omega_i) \quad (1.17)$$

<sup>1</sup> 時間項に  $\exp(-i\omega t)$  を用いた場合  $G(P, Q) = \exp(ikr)/4\pi r$  となる。

が成り立つ [40][41]。ここで、空間の点は大文字、面上の点は小文字で表示している。物体の散乱等の外部問題では、 $\Sigma$  を  $P$  を中心とする半径  $\infty$  の球面とし、Sommerfeld の有界、放射条件

$$|r\Phi| < K, \quad r \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial r} - ik\Phi \right\} \rightarrow 0 \quad (1.18)$$

を仮定して、無限遠  $\Sigma$  からの寄与を無視し<sup>2</sup>、積分領域を  $F$  のみとして取り扱う。また、室内の音場等の内部問題では有限の閉曲面  $\Sigma$  で境界づけられた内部領域を扱う。

式 (1.16) (1.17) の積分の第1項を2重層ポテンシャル、第2項を1重層ポテンシャルという。2重層はその分布の密度がポテンシャル  $\Phi(q)$  で、指向性は

$$\frac{\partial G(P, q)}{\partial n_q} = -\frac{\exp(-ikr_{Pq})}{4\pi r_{Pq}^2} (1 + ikr_{Pq}) \cos(r_{Pq}, n_q) \quad (1.19)$$

となる。 $\cos(r_{Pq}, n_q)$  はベクトル  $\vec{r}_{Pq}$  と  $\vec{n}_q$  のなす角の余弦を表すから、双指向性（8字形）である。1重層ポテンシャルはその分布の密度が法線粒子速度  $\frac{\partial \Phi(q)}{\partial n_q}$  で無指向性である。これらの2種類の面分布2次音源の影響により領域  $\Omega$  の  $\Phi$  の分布が決まる。

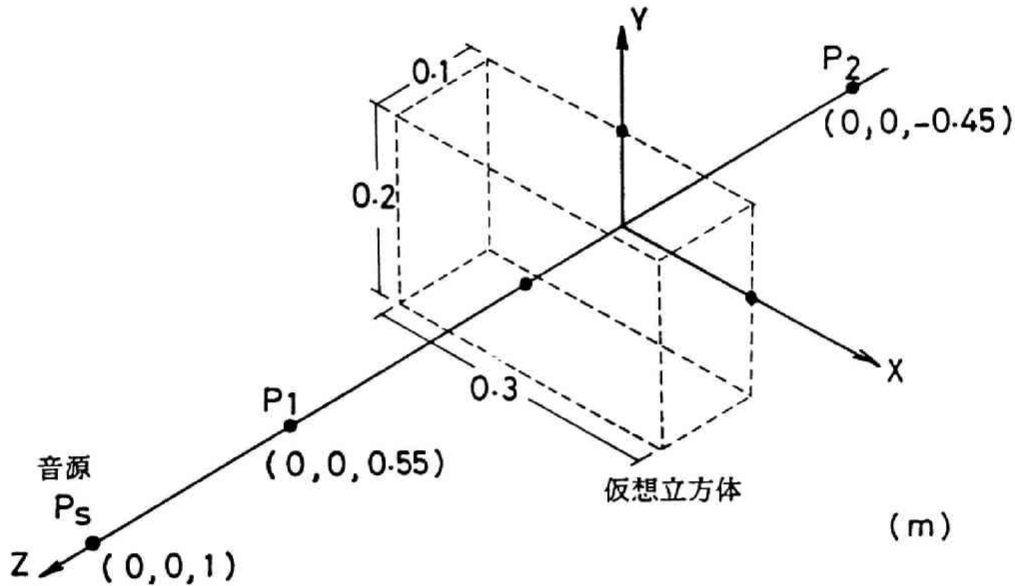


図 1.2: 自由空間中の假想直方体

図 1.3 は、自由空間中に点音源  $P_s$  を置いたとき、図 1.2 に示す假想直方体の境界面（破線で表示）付近の  $Z$  軸に添って、式 (1.16) (1.17) の左辺第1項（直接波）、積分の第1項（2重層ポテンシャル）及び積分の第2項（1重層ポテンシャル）の実数部を計算した例である。実線は直接波、点線は1重層ポテンシャル、破線は2重層ポテンシャルのそれぞれ実数部を表す。假想直方体内部では、1重層、2重層ポテンシャルの和（1点鎖線で表示）が直接波を打ち消して0となっていることがわかる。また、外部領域  $\Omega$  においては1重層、2重層ポテンシャルは互いに打ち消し合い、直接波のみとなっていることがわかる。

<sup>2</sup>詳しくは文献 [42][43][44] に述べられている



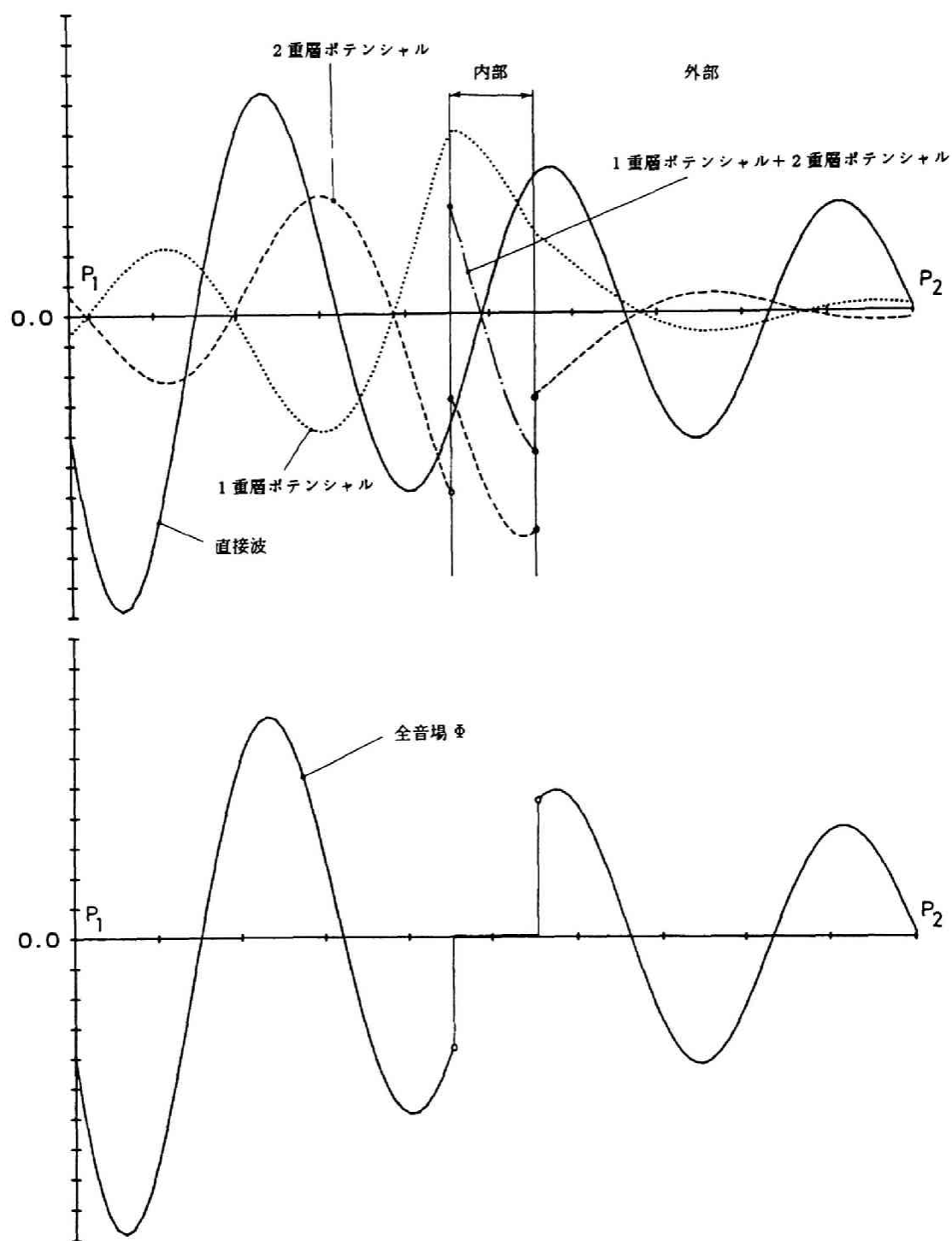


図 1.3: 自由空間中の仮想直方体境界による 1 重層, 2 重層ポテンシャルの計算例 (実数部を表示): 周波数 1000 Hz, 15°C; ———, 直接波; ..... , 1 重層ポテンシャル; - - - - - , 2 重層ポテンシャル; - · - · - · , 1 重層と 2 重層ポテンシャルの和

剛な物体や吸音物体では、2つの層ポテンシャルは打ち消し合わず、(1.16) (1.17) の積分項は物体による散乱波の影響を表すことになる。なお、剛な物体では表面での粒子速度の法線方向成分は0であるから、2重層ポテンシャルの項は消える。

式 (1.16) (1.17) を  $P$  点を通る法線  $\vec{n}_p$  方向に微分すると

$$\frac{\partial \Phi_D(P, P)}{\partial n_p} + \iint \left\{ \Phi(q) \frac{\partial^2 G(P, q)}{\partial n_p \partial n_q} - \frac{\partial \Phi(q)}{\partial n_q} \frac{\partial G(P, q)}{\partial n_p} \right\} dS_q = \frac{\partial \Phi(P)}{\partial n_p} \quad (P \in \Omega) \quad (1.20)$$

$$= 0 \quad (P \in \Omega_i) \quad (1.21)$$

を得る。上式で  $\frac{\partial}{\partial n_p}$  は、境界上で  $q$  点が異なってもすべて同じ方向  $\vec{n}_p$  に微分することを示している。

境界上の分布  $\Phi(q)$  または  $\frac{\partial \Phi(q)}{\partial n_q}$  は、空間の点  $P$  を面上の点  $p$  に近づけた極限で、1重層ポテンシャルの導関数及び2重層ポテンシャルに跳びの生じることを考慮して [45] [46]

$$\Phi_D(P, p) + \iint \left\{ \Phi(q) \frac{\partial G(p, q)}{\partial n_q} - \frac{\partial \Phi(q)}{\partial n_q} G(p, q) \right\} dS_q = \frac{1}{2} \Phi(p) \quad [\text{BF}] \quad (1.22)$$

$$\frac{\partial \Phi_D(P, p)}{\partial n_p} + \iint \left\{ \Phi(q) \frac{\partial^2 G(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} - \frac{\partial \Phi(q)}{\partial n_q} \frac{\partial G(p, q)}{\partial n_p} \right\} dS_q = \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi(p)}{\partial n_p} \quad [\text{NDF}] \quad (1.23)$$

が成立する。面上のポテンシャルは与えられた境界条件を代入して得られる積分方程式を解いて求めなければならない。面上の  $\Phi, \frac{\partial \Phi}{\partial n_p}$  の分布が求まると、(1.16) により空間の分布が計算できる。寺井はこれらの積分方程式のうち (1.22) を BF (Basic Form), (1.23) を NDF (Normal Derivative Form) と呼んでいるので、本論文でもそれに倣うことにする。

境界上では2重層ポテンシャルが不連続であるから、その導関数  $\iint \Phi \frac{\partial^2 G(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q$  は  $\lim_{P \rightarrow p, P \in \Omega}$  の極限として表さなければならないが、ここでは簡単のため、単に面上の点として表示している。

吸音物体の場合も同様に、内部領域  $\Omega_i$  で BF, NDF に相当する積分方程式が成立する。ただし音源項はなく、法線  $\vec{n}$  は吸音物体に対して外向きにとる。

$$- \iint \left\{ \Psi(q) \frac{\partial G_e(p, q)}{\partial n_q} - \frac{\partial \Psi(q)}{\partial n_q} G_e(p, q) \right\} dS_q = \frac{1}{2} \Psi(p) \quad (1.24)$$

$$- \iint \left\{ \Psi(q) \frac{\partial^2 G_e(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} - \frac{\partial \Psi(q)}{\partial n_q} \frac{\partial G_e(p, q)}{\partial n_p} \right\} dS_q = \frac{1}{2} \frac{\partial \Psi(p)}{\partial n_p} \quad (1.25)$$

吸音物体境界上で音圧と平均粒子速度が等しいから

$$\begin{cases} p = i\omega \rho \Phi = i\omega \rho_e \Psi \\ \frac{\partial \Phi}{\partial n} = \frac{\partial \Psi}{\partial n} \end{cases} \quad (1.26)$$

を式 (1.24) (1.25) に代入し、変数  $\Phi$  に置き換えると

$$- \iint \left\{ \Phi(q) \frac{\partial G_e(p, q)}{\partial n_q} - \left( \frac{\rho_e}{\rho} \right) \frac{\partial \Phi(q)}{\partial n_q} G_e(p, q) \right\} dS_q = \frac{1}{2} \Phi(p) \quad [\text{BF}] \quad (1.27)$$

$$- \iint \left\{ \left( \frac{\rho}{\rho_e} \right) \Phi(q) \frac{\partial^2 G_e(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} - \frac{\partial \Phi(q)}{\partial n_q} \frac{\partial G_e(p, q)}{\partial n_p} \right\} dS_q = \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi(p)}{\partial n_p} \quad [\text{NDF}] \quad (1.28)$$

の関係式を得る。

従って、吸音物体に関して  $\Phi, \frac{\partial \Phi(p)}{\partial n_p}$  を求める積分方程式は、空気側、吸音物体側それぞれに BF あるいは NDF を用い連立させることによって、4種類の組合せが可能である。

境界上の積分方程式 (1.22) もしくは (1.23) を解く場合、物体  $\Omega_i$  の内部固有値となる波数  $k$  において唯一な解が得られないことが知られている [50]。Meyer ら [48] も述べているように、このような

内部共振周波数となる波数  $k$  を避けて計算を行えば良いように思われるが、実際には任意の形状をした物体の固有値問題を予め解かねばならないし、また、周波数が高くなるに従いこれらの固有値の密度は急激に増加する。

Schenck [49] は物体の内部にいくつかの点をとって overdetermined な代数方程式をつくり、解の唯一性の問題を除去できることを示しているが、点の選び方等に問題が残っている。

Burton and Miller [47] は、この問題を解決するために積分方程式 (1.22) と 微分形である (1.23) の線形結合、即ち

$$\begin{aligned} & \Phi_D(P, p) + \iint \left\{ \Phi(q) \frac{\partial G(p, q)}{\partial n_q} - \frac{\partial \Phi(q)}{\partial n_q} G(p, q) \right\} dS_q \\ & + K \left[ \frac{\partial \Phi_D(P, p)}{\partial n_p} + \iint \left\{ \Phi(q) \frac{\partial^2 G(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} - \frac{\partial \Phi(q)}{\partial n_q} \frac{\partial G(p, q)}{\partial n_p} \right\} dS_q \right] \\ & = \frac{1}{2} \left\{ \Phi(p) + K \frac{\partial \Phi(p)}{\partial n_p} \right\} \end{aligned} \quad (1.29)$$

によって解く方法を示している。ただし、 $K$  は結合定数で波数  $k$  が実数または虚数のとき  $\text{Im}(K) \neq 0$ <sup>3</sup>、複素数のとき  $\text{Im}(K) = 0$  とする [50]。

### 1.3 特異核の取り扱い

BF 及び NDF の積分方程式中に現れる核のうち、数値積分上問題となるのは NDF に含まれる 2 重層ポテンシャルの導関数に関するものである。この特異核  $\frac{\partial^2 G(p, q)}{\partial n_p \partial n_q}$  を regularize する方法はこれまでにいくつか提案されているが、その 1 つは、Maue [52], Mitzner [53], Stallybrass [54], Meyer *et al.* [48] らが用いているベクトル解析の公式を使った方法である。即ち Helmholtz の方程式の解  $H(p, q)$  が

$$\begin{aligned} \iint \Phi(q) \frac{\partial^2 H(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q &= \iint \Phi(q) (n_p \cdot n_q) \nabla_p \cdot \nabla_q H(p, q) dS_q \\ &+ \iint \Phi(q) (n_p \times n_q) \cdot [\nabla_p \times \nabla_q H(p, q)] dS_q \\ &- \iint \Phi(q) n_q \cdot \nabla_q \times [n_p \times \nabla_p H(p, q)] dS_q \end{aligned} \quad (1.30)$$

のごとく表わされ、さらに

$$\begin{aligned} & - \iint \Phi(q) n_q \cdot \nabla_q \times [n_p \times \nabla_p H(p, q)] dS_q \\ &= \iint [n_q \times \nabla_q \Phi(q)] \cdot [n_p \times \nabla_p H(p, q)] dS_q \\ &= - \iint (\Phi(q) - \Phi(p)) n_q \cdot \nabla_q \times [n_p \times \nabla_p H(p, q)] dS_q \\ &\quad - \Phi(p) \iint n_q \cdot \nabla_q \times [n_p \times \nabla_p H(p, q)] dS_q \end{aligned} \quad (1.31)$$

の関係、及び  $H(p, q)$  に (1.12) の基本解  $G(p, q)$  を用いることにより

$$\nabla_p \cdot \nabla_q G(p, q) = -\nabla_q^2 G(p, q) = k^2 G(p, q) \quad (1.32)$$

$$\nabla_p \times \nabla_q G(p, q) = -\nabla_q \times \nabla_p G(p, q) = 0 \quad (1.33)$$

<sup>3</sup>  $K = 1/ik$  にとるのが良い [51]。

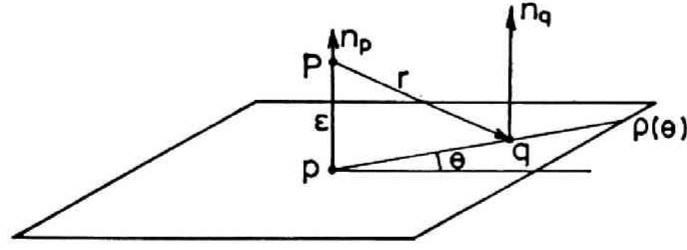


図 1.4: 特異積分の評価

となるので

$$\begin{aligned} \iint \Phi(q) \frac{\partial^2 G(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q &= - \iint \Phi(q) (n_p \cdot n_q) (ik)^2 G(p, q) dS_q \\ &\quad - \iint [\Phi(q) - \Phi(p)] n_p \cdot \nabla_q \times [n_p \times \nabla_p G(p, q)] dS_q \end{aligned} \quad (1.34)$$

となり、それぞれの積分は regular で数値積分可能となる。

Burton and Miller [47] は Helmholtz-Kirchhoff の公式に対し、さらにもう一度 Green の公式を適用することにより特異積分の項を regularize する方法を提案している。また、Filippi [55] は特異積分を発散積分の有限部分で評価し、Cassot [56] はこの方法が実験値とよく合うことを示している。しかし、有限部分の物理的意味を理解するのは容易でない。

一方、寺井 [51] は以下に述べるような方法で特異積分

$$\lim_{\substack{P \rightarrow p \\ P \in \Omega}} \iint \Phi(q) \frac{\partial^2 G(P, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q \quad (1.35)$$

の評価を行っている。

距離  $r_{pq}$  を単に  $r$  で表すと

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 G(P, q)}{\partial n_p \partial n_q} &= -\frac{\exp(-ikr)}{4\pi r^3} [\{3(1+ikr) + (ikr)^2\} \cos(r, n_p) \cos(r, n_q) \\ &\quad - (1+ikr) \cos(n_p, n_q)] \end{aligned} \quad (1.36)$$

となる。点  $p$  を含む平面要素に対し、要素内で  $\Phi$  が  $\Phi(p)$  に等しいと近似し、図 1.4 のごとく  $\overline{Pp} = \epsilon$  とすれば

$$\cos(r, n_p) = \cos(r, n_q) = -\frac{\epsilon}{r}, \quad \cos(n_p, n_q) = 1$$

と表せるから

$$\begin{aligned} \iint \Phi(q) \frac{\partial^2 G(P, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q &= -\frac{\Phi(p)}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_{\epsilon}^{R(\theta)} \frac{\exp(-ikr)}{r^3} \\ &\quad \times \left[ \{3(1+ikr) + (ikr)^2\} \left(\frac{\epsilon}{r}\right)^2 - (1+ikr) \right] r dr \end{aligned} \quad (1.37)$$

ここで、 $P \rightarrow p$  即ち  $\epsilon \rightarrow 0$  の極限をとって次のように線積分で評価できる。

$$\lim_{\substack{P \rightarrow p \\ P \in \Omega}} \iint \Phi(q) \frac{\partial^2 G(P, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q = -\Phi(p) \left\{ \oint \frac{e^{-ik\rho(\theta)}}{4\pi\rho(\theta)} d\theta + \frac{ik}{2} \right\} \quad (1.38)$$

ただし、 $\rho(\theta)$  は  $p$  から要素縁辺までの距離である。この評価法は数値計算において非常に有利となる。

要素内でポテンシャル分布のある場合、 $p$  を中心とする局所座標系 ( $n_p$  方向を  $Z$  軸とする) をとり、 $\Phi(q)$  を  $x, y$  の 2 方向で Taylor 展開すると、 $\rho$  を  $p$  からの距離として

$$\Phi(q) = \Phi(p) + \sum_{\lambda+\mu \geq 1} \frac{1}{\lambda!\mu!} \frac{\partial^{\lambda+\mu} \Phi(p)}{\partial x^\lambda \partial y^\mu} (\rho \cos \theta)^\lambda (\rho \sin \theta)^\mu \quad (1.39)$$

と表せる。

従って、2 重層ポテンシャルの導関数は

$$\begin{aligned} \iint \Phi(q) \frac{\partial^2 G(P, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q &= \Phi(p) \iint \frac{\partial^2 G(P, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q \\ &+ \sum_{\lambda+\mu \geq 1} \frac{1}{\lambda!\mu!} \frac{\partial^{\lambda+\mu} \Phi(p)}{\partial x^\lambda \partial y^\mu} \int \cos^\lambda \theta \sin^\mu \theta d\theta \int \rho^{\lambda+\mu} \frac{\partial^2 G(P, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q \end{aligned} \quad (1.40)$$

となり、この右辺第 1 項は (1.38) により線積分で評価できる。

$\lambda + \mu = 1$  の場合、(1.40) の最後の積分を評価すると

$$\int_0^{R(\theta)} \rho \frac{\partial^2 G(P, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q = -\exp\{-ikR(\theta)\} + 1 + \int_0^{R(\theta)} \frac{\exp(-ik\rho)}{\rho} d\rho \quad (1.41)$$

となり積分は発散するが<sup>4</sup>、 $p$  を要素内にとった場合  $\int \cos \theta d\theta$  あるいは  $\int \sin \theta d\theta$  の項の存在により、Cauchy の主値の意味で発散部分が打ち消される。

また、 $\lambda + \mu = 2$  では

$$\int_0^{R(\theta)} \rho^2 \frac{\partial^2 G(P, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q = \int_0^{R(\theta)} \exp(-ik\rho)(1 + ik\rho) d\rho \quad (1.42)$$

となって収束する。 $\lambda + \mu \geq 3$  の場合も同様である。

従って、 $p$  点をエッジやコーナーにとらない限り、分布を考慮した計算も寺井の方法によって可能である。NDF による計算では、特異点を含む要素の寄与が非常に大きくなるが、矩形要素等の中心に  $p$  点をとったとき、Taylor 展開した 1 次の項からの寄与<sup>5</sup>は 0 となり、このことは要素内一様値で近似した計算でも十分精度の高い結果が得られている [51] この 1 つの理由と考えられる。

BF 及び NDF 中の 4 種類の核を含む積分において、要素内でポテンシャルを一様と近似した場合には、特異点を含まない他の要素の寄与もすべて線積分による評価が行えることが示されている [51] [57]。矩形要素の場合おのおのを線積分表示すると (図 1.5 参照)

$$\Phi_M \iint_M \frac{\exp(-ikr)}{4\pi r} dS = \frac{i\Phi_M}{4\pi k} \left\{ \oint_{\Gamma_M} \exp(-ikr) d\phi - \epsilon \exp(-ik|Z_p|) \right\} \quad (1.43)$$

$$\begin{aligned} \Phi_M \iint_M \frac{\partial}{\partial n_q} \left\{ \frac{\exp(-ikr)}{4\pi r} \right\} dS &= -\frac{\Phi_M Z_p}{4\pi} \left\{ \oint_{\Gamma_M} \frac{\exp(-ikr)}{r} d\phi - \epsilon \right. \\ &\quad \left. \frac{\exp(-ik|Z_p|)}{|Z_p|} \right\} \end{aligned} \quad (1.44)$$

$$\Phi_M \iint_M \frac{\partial}{\partial n_p} \left\{ \frac{\exp(-ikr)}{4\pi r} \right\} dS = -\frac{\Phi_M}{4\pi} \left[ \sin \delta \int_{x_l}^{x_u} \frac{\exp(-ikr)}{r} \Big|_{r_l}^{r_u} dx \right]$$

<sup>4</sup>(1.38) 式のような極限操作を行っても発散する

<sup>5</sup>通常 2 次以下の項の影響は非常に小さくなると思われる



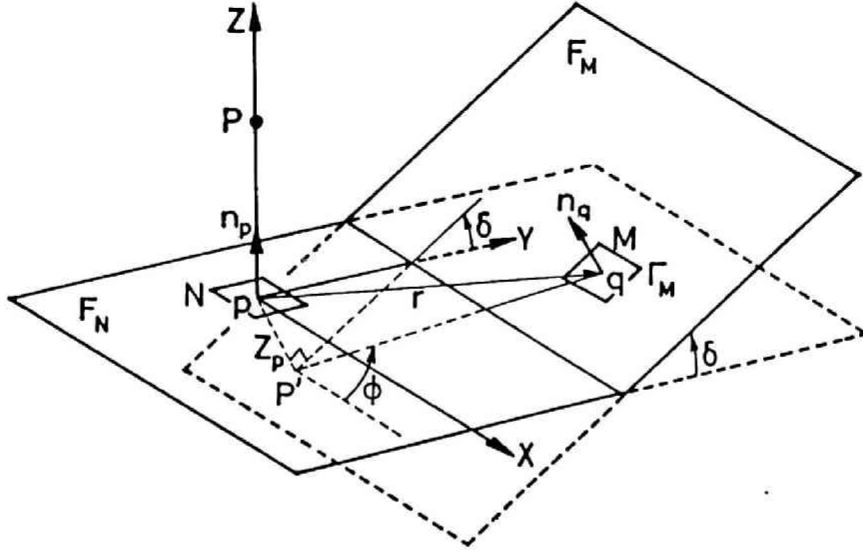


図 1.5: 各要素からの寄与の評価

$$+Z_p \cos \delta \left\{ \oint_{\Gamma_M} \frac{\exp(-ikr)}{r} d\phi - \epsilon \frac{\exp(-ik|Z_p|)}{|Z_p|} \right\} \quad (1.45)$$

$$\begin{aligned} \Phi_M \iint_M \frac{\partial^2}{\partial n_p \partial n_q} \left\{ \frac{\exp(-ikr)}{4\pi r} \right\} dS &= -\frac{\Phi_M Z_p}{4\pi} \sin \delta \int_{x_l}^{x_u} \frac{\exp(-ikr)}{r^3} (1+ikr) \Big|_{r_l}^{r_u} dx \\ &+ \frac{\Phi_M}{4\pi} \cos \delta \left[ \oint_{\Gamma_M} \frac{\exp(-ikr)}{r} \left\{ (1+ikr) \frac{Z_p^2}{r^2} - 1 \right\} d\phi \right. \\ &\left. - \epsilon ik \exp(-ik|Z_p|) \right] \quad (1.46) \end{aligned}$$

ただし、 $\epsilon$  は  $p$  から  $M$  を含む平面に下ろした垂線の足  $P'$  が  $M$  に含まれるか否かで  $2\pi$  または  $0$  の値をとる。 $P'$  が縁辺  $\Gamma_M$  上にあるときには要素  $M$  が張る角度となる。

特に、(1.46) において要素  $M$  と  $N$  が一致するとき、即ち  $p$  が  $M$  に含まれるときは、 $\delta \rightarrow 0$ ,  $Z_p \rightarrow 0$  とすると (1.38) と同じ結果が得られることがわかる。



## Chapter 2

### 障壁による遮音

伝搬する騒音を減衰させる手段に障壁がしばしば用いられる。障壁の回折場に関しては、これまで単純な形状である半無限障壁に対する理論解法が多く提案されてきた。半無限障壁に平面波が入射するときの解は、電磁波伝搬に対して Sommerfeld [59] や Carslaw [60] の研究が出发点になっている。点音源に対する場に関しては、Carslaw [60], Macdonald [61] の理論解があり, Jonasson [62] や川井ら [63] は Macdonald の式から減衰量の予測に便利な近似解を導いている。

一方, 前川 [64] は光学で用いられている Kirchhoff の回折理論 [41] を半無限障壁による騒音の回折の問題に適用し, 実験により修正を行ってフレネル数で整理した図表を発表している。

しかし, これまで扱われている対象は半無限障壁あるいはくさびに関するものであり, 各種形状の有限の障壁等に適用することができない。前川は有限の障壁に対しても Kirchhoff の回折理論による計算を試みているが [65], 回折場の予測手法としては有効性に疑問が残る, また, 相互反射のあるような形状の障壁には適用できない。

本章では積分方程式を用いて任意形状の障壁による回折場を求める手法について考察し, その有効性を検討する。[1][2] [3][8][9][10] [11][12][13][14] [15]

#### 2.1 薄板まわりの音場

図 1.1 において物体の厚さが 0 になった極限を考える (図 2.1)。このとき物体表面は逆向きの法線をもつ背中合わせの平行曲面  $F_1, F_2$  となる。 $F_2$  の法線の向きを逆にとり,  $F_1$  と同じにすると, 点  $P$  が空間の時の関係式 (1.16) 及び面上の式 (1.22) は, Sommerfeld の有界・放射条件を仮定して

$$\Phi_D(P, P) + \iint_{F_1} \left\{ \tilde{\Phi}(q) \frac{\partial G(P, q)}{\partial n_q} - \frac{\partial \tilde{\Phi}(q)}{\partial n_q} G(P, q) \right\} dS_q = \Phi(P) \quad (P \in \Omega) \quad (2.1)$$

$$\Phi_D(P, p) + \iint_{F_1} \left\{ \tilde{\Phi}(q) \frac{\partial G(p, q)}{\partial n_q} - \frac{\partial \tilde{\Phi}(q)}{\partial n_q} G(p, q) \right\} dS_q = \frac{1}{2} \{ \Phi_1(p) + \Phi_2(p) \} \quad (p \in F_1) \quad (2.2)$$

$$\tilde{\Phi}(q) = \Phi_1(q) - \Phi_2(q) \quad (2.3)$$

となる。ただし,  $\Phi_1(q)$  および  $\Phi_2(q)$  はそれぞれ表面  $F_1, F_2$  上のポテンシャル分布である。

また, 法線方向に微分した関係式 (1.20) (1.23) は, 厚さ 0 の物体では

$$\frac{\partial \Phi_D(P, P)}{\partial n_p} + \iint_{F_1} \left\{ \tilde{\Phi}(q) \frac{\partial^2 G(P, q)}{\partial n_p \partial n_q} - \frac{\partial \tilde{\Phi}(q)}{\partial n_q} \frac{\partial G(P, q)}{\partial n_p} \right\} dS_q = \frac{\partial \Phi(P)}{\partial n_p} \quad (P \in \Omega) \quad (2.4)$$

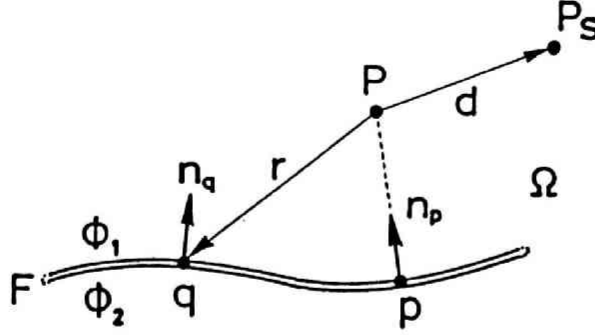


図 2.1: 厚さ 0 の物体

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_D(P, p)}{\partial n_p} + \iint \left\{ \tilde{\Phi}(q) \frac{\partial^2 G(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} - \frac{\partial \tilde{\Phi}(q)}{\partial n_q} \frac{\partial G(p, q)}{\partial n_p} \right\} dS_q \\ = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial \Phi_1(p)}{\partial n_p} + \frac{\partial \Phi_2(p)}{\partial n_p} \right\} \quad (p \in F_1) \end{aligned} \quad (2.5)$$

となる。

薄板の両表面  $F_1, F_2$  が locally reactive であり、アドミッタンス比をそれぞれ  $A_1, A_2$  とすると、面上の粒子速度項は

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial n} = ikA_1 \Phi_1, \quad \frac{\partial \Phi_2}{\partial n} = ikA_2 \Phi_2 \quad (2.6)$$

と表せるから、面上のポテンシャル差  $\tilde{\Phi}$  は (2.2) と (2.5) を連立させることによって求められ、また空間の値は (2.1) で得られる。

薄板が剛である場合にはアドミッタンス比が 0 となるから (2.1) は

$$\Phi_D(P, P) + \iint_{F_1} \tilde{\Phi}(q) \frac{\partial G(P, q)}{\partial n_q} dS_q = \Phi(P) \quad (P \in \Omega) \quad (2.7)$$

となって空間の値を得るには両面のポテンシャル差が必要となる。一方 (2.5) は第 1 種の積分方程式

$$\frac{\partial \Phi_D(P, p)}{\partial n_p} + \iint_{F_1} \tilde{\Phi}(q) \frac{\partial^2 G(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q = 0 \quad (\lim P \rightarrow p, \quad P \in \Omega) \quad (2.8)$$

となり、(2.8) を解いて  $\tilde{\Phi}$  が求まる。

両面上のポテンシャルは求まった  $\tilde{\Phi}(= \Phi_1 - \Phi_2)$  及び (2.2) を用いて

$$\Phi_1(p) = \Phi_D(P, p) + \frac{\tilde{\Phi}(p)}{2} + \iint_{F_1} \tilde{\Phi}(q) \frac{\partial G(p, q)}{\partial n_q} dS_q \quad (2.9)$$

$$\Phi_2(p) = \Phi_D(P, p) - \frac{\tilde{\Phi}(p)}{2} + \iint_{F_1} \tilde{\Phi}(q) \frac{\partial G(p, q)}{\partial n_q} dS_q \quad (2.10)$$

と表せる。特に、平板の場合には

$$\Phi_1(p) = \Phi_D(P, p) + \frac{\tilde{\Phi}(p)}{2} \quad (2.11)$$

$$\Phi_2(p) = \Phi_D(P, p) - \frac{\tilde{\Phi}(p)}{2} \quad (2.12)$$

となる。

これらの積分方程式を用いた解法の有効性を確かめるため、いくつかの実験を行った結果を以下に示す。図 2.2 は  $0.3 \times 0.2$  m の剛な鉄板 (2.3mm 厚) の周囲の音場を測定した例である [8][9]。無響室に鉄板を吊し、その周囲でマイクロフォンを回転させ音場を測定した。音源はドライバーユニット (パイオニア PD-50) に外径 10 mm, 長さ 0.4 m のパイプを取り付けたものを使用し、先端より純音を放射させた。なお共振を押さえるためパイプの先端と根本付近にグラスウールを充填した。指向特性は十分に点音源と見なせることを確かめている。図の実線は測定値、破線は板の厚みが波長と比較して十分薄いため、厚さ 0 とみなして計算した結果である。計算は板を矩形要素に分割し、各要素上でポテンシャルを一様と近似して (2.8) によって  $\Phi$  を解き、(2.1) に代入して求めた周波数 1000 Hz の値である。また、Kirchhoff の近似 (後述) を行ったときの結果を点線で示している。0 dB は板の無いときの直接音レベルを表している。このような複雑な音場も積分方程式を用いることにより高い精度で求められていることがわかる。

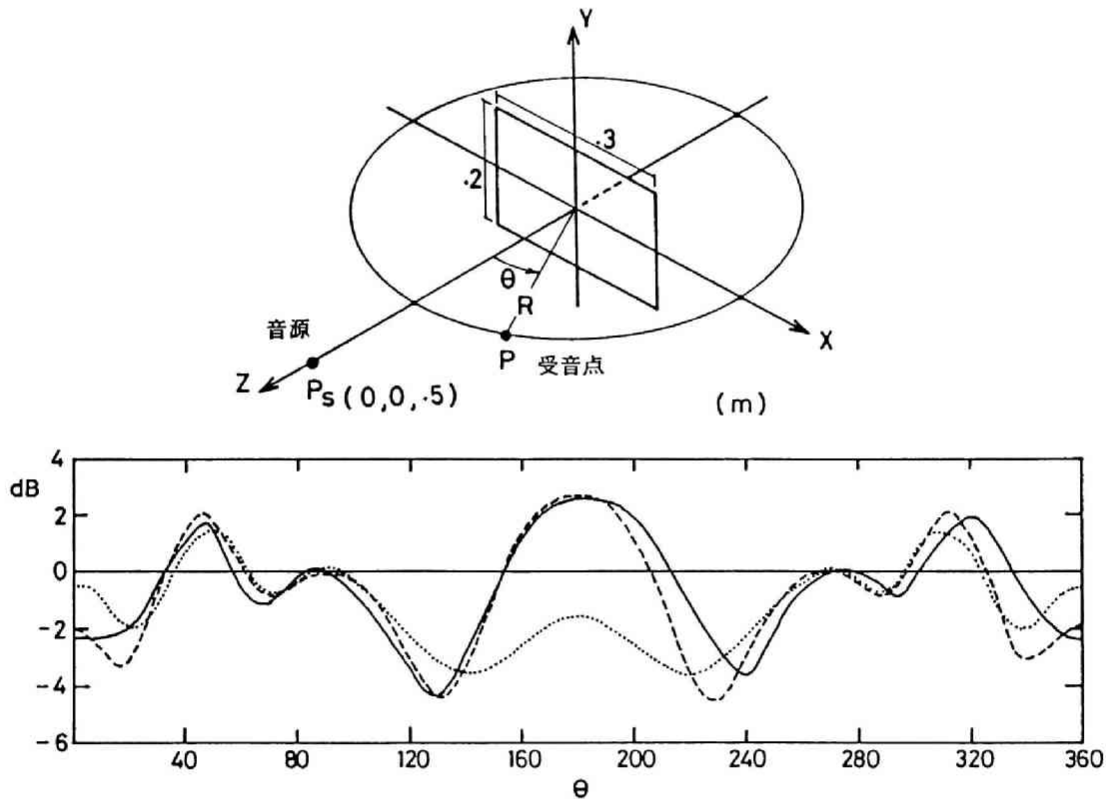


図 2.2: 剛矩形平板まわりの音場: ———— 実験値, ----- 積分方程式による計算値 (6×4 要素), 1000 Hz, 23°C, ..... Kirchhoff の近似による計算値, マイクロフォンの回転半径  $R = 0.31$  m, 0 dB は板のない自由空間のときのレベルを表す

図 2.3 は剛な矩形平板 ( $0.3 \times 0.2$  m, 2 mm 厚鉄板) の両面の音圧分布を実測し, (2.11) (2.12) による計算結果と比較したものである [1]。計算は板を 6×4 の矩形要素に分割し, 要素中心において板が無いときの値を基準としてレベルで表している。図の手前側が音源側面上のレベル, 後方が裏面上のレベルである。両面において実測値と積分方程式による計算値はよく一致している。裏側においても



中心に近い要素上では回折音が直接音に近いレベルまで上昇しているのが見られる。なお、表面上の音圧測定には B & K, 4133, 1/2 インチ コンデンサーマイクに UA 0040 のプローブマイクロフォンキット (4 mm  $\phi$ ) を取り付けたものを用いた。

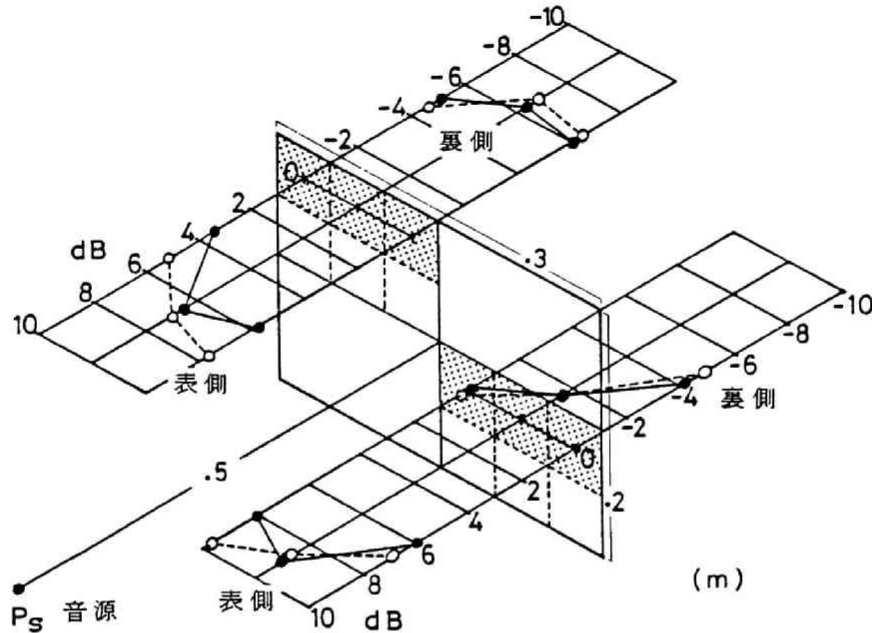


図 2.3: 剛矩形板表面上の音圧: ● は実測値; ○ は (2.11) (2.12) による計算値,  $6 \times 4$  要素, 1000 Hz,  $15^\circ\text{C}$

また、相互反射のあるより複雑な音場の計算例として、平行に置いた剛矩形平板まわりの音場を測定した結果を図 2.4 に示した。

これらの実験結果から、積分方程式を用いた方法は非常によい精度で音場を予測していると言えるが、このような複雑な音場の様子をより詳細に調べるため、 $0.3 \times 0.3$  m の剛矩形平板を平行に置いたときの近傍の音場 (図 2.5 参照) を計算により求めた例を図 2.6, 2.7 に示す。板の音源側は干渉による定在波が、裏側では音の回り込む様子が計算によって示されている。図 2.7 では板と板の間にノーマルモードに似た音圧分布の生じているのがわかる。

一方、板面が吸音性の場合の音場の測定例として、図 2.8 は吸音性薄板まわりの音場の実測結果である [2]。両面に厚さ 2 mm のフェルトを 2 枚ずつ貼った矩形鉄板 ( $0.3 \times 0.2$  m, 2 mm 厚) を無響室に吊し、周囲の音場を測定した。実験条件は図 2.2 と同様であるが、マイクロフォンの回転半径は  $R = 0.32$  m である。計算は (2.2) (2.5) を連立させ、 $6 \times 4$  矩形要素に分割し、周波数 1074 Hz において解いたものである。この周波数におけるフェルトのアドミッタンス比  $A_1 = A_2 = -0.0126 + 0.065i$  は音響管内でパルス音波を垂直入射させ、測定した反射波から波形処理によって求めている。アドミッタンス比はかなり小さいが実測及び計算結果は良好な一致を示している。道路端に設置されている遮音壁にはこのような吸音処理がしばしば施されており、有効な予測法となるものと考えられる。

図 2.9 は  $0.3 \times 0.3$  m の矩形板でそれぞれの面を剛あるいは吸音性にしたときの近傍の音圧分布の様子を波長が  $\lambda = 0.3$  m のとき計算によって求めた結果である [3]。(a) は両面が剛, (b) は音源側の面が剛, 裏面が吸音性, (c) は音源側の面が吸音性, 裏面が剛, (d) 両面が吸音性の場合を示している。

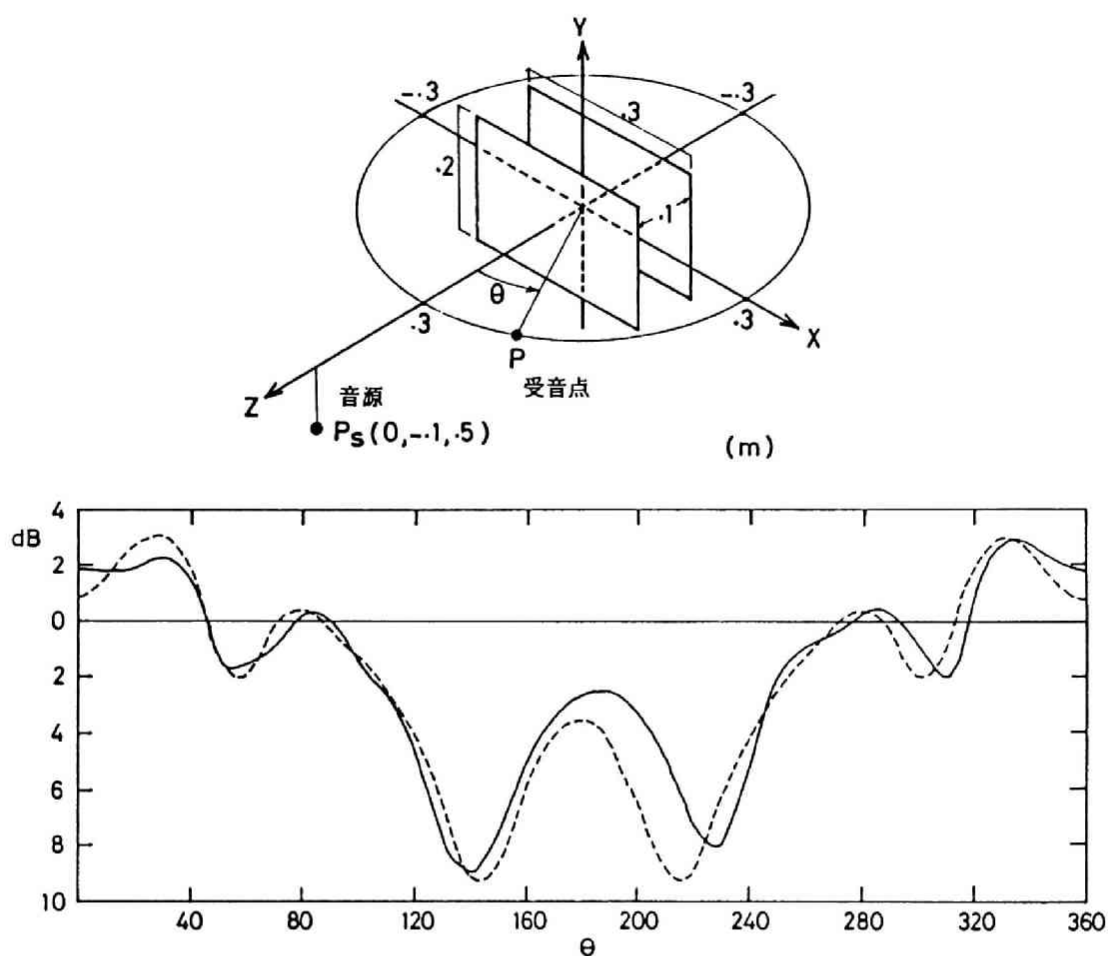


図 2.4: 平行な剛平板まわりの音場: ——— 実験値, - - - - - 計算値 (6×4×2 要素), 1000 Hz, 23°C ; 0 dB は板のない自由空間のときのレベルを表す

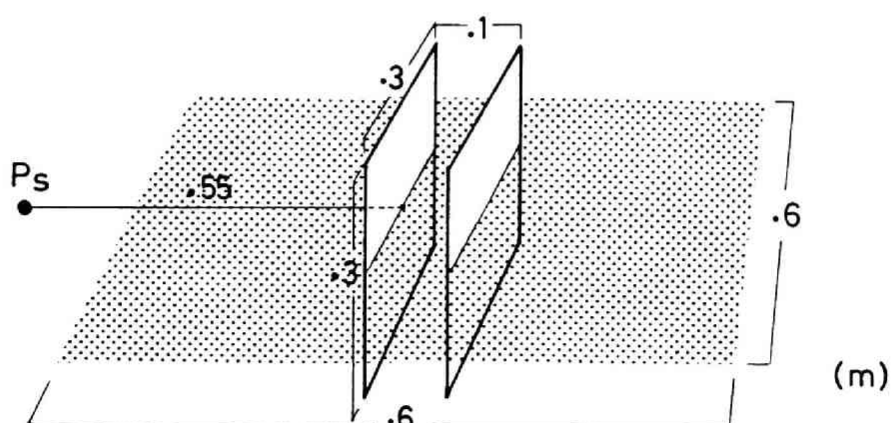


図 2.5: 平行な剛矩形板近傍の音場計算

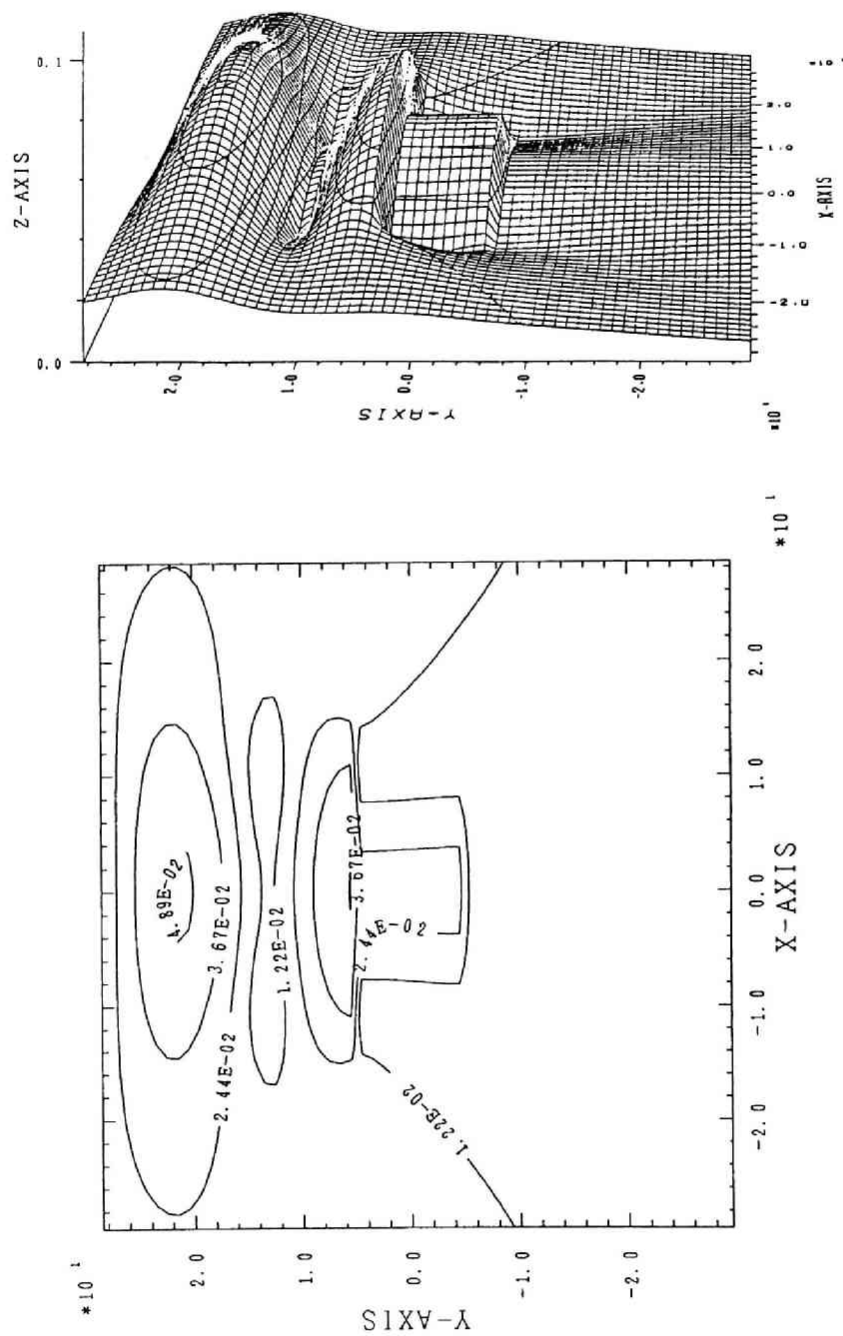


図 2.6: 平行な剛矩形板近傍のポテンシャル分布 (絶対値),  $30 \times 30 \times 2$  要素, 波長 0.3 m,  $15^\circ\text{C}$

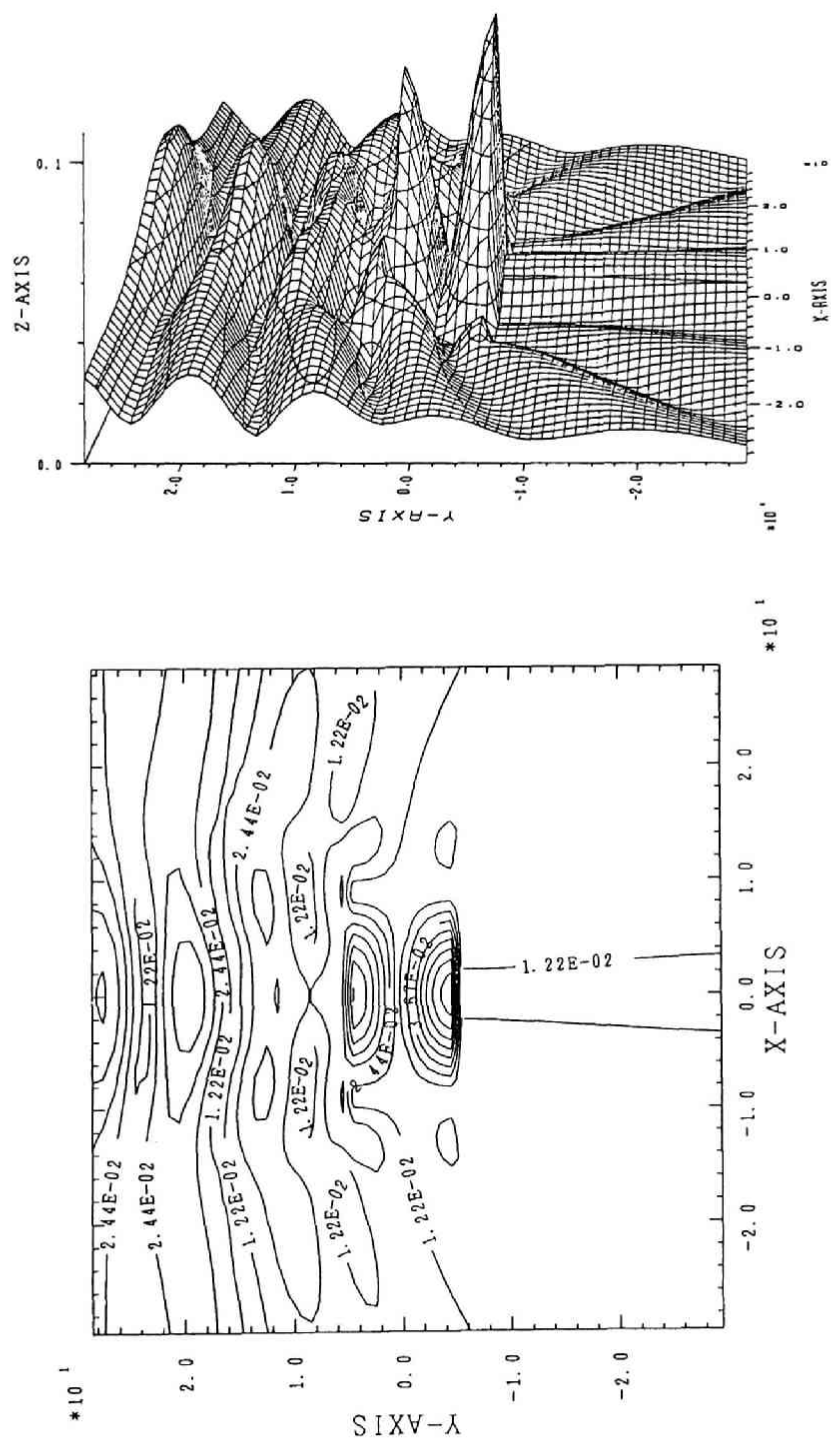


図 2.7: 平行な剛矩形板近傍のポテンシャル分布 (絶対値),  $30 \times 30 \times 2$  要素, 波長 0.15 m,  $15^\circ\text{C}$

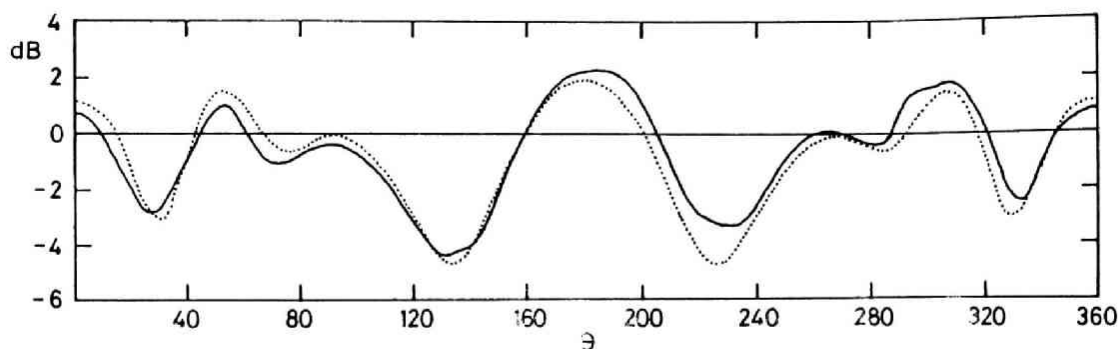


図 2.8: フェルト貼矩形平板まわりの音場測定結果: ——— 実測値; ..... (2.2) (2.5) による計算値,  $6 \times 4$  要素,  $1074 \text{ Hz}$ ,  $22^\circ\text{C}$ ; 計算に用いたアドミッタンス比は  $A_1 = A_2 = -0.0126 + 0.065i$ , マイクロフォンの回転半径  $R = 0.32 \text{ m}$  (図 2.2 参照),  $0 \text{ dB}$  は板のない自由空間のときのレベルを表す

吸音面のアドミッタンス比として垂直入射の音圧反射係数が  $0.5 \exp(\pi i/2)$  の値を与えている。板の音源側前方では入射波と反射波が干渉して定在波が明瞭に現れており、表側が吸音性の場合には定在波の位置がほぼ  $1/4$  波長だけ板側に移動しているのが計算によって明確に示されている。また、板後方では回折波の回り込む様子が理解でき、裏面が吸音性の場合にはその直近で音圧の大きな低下が認められる。

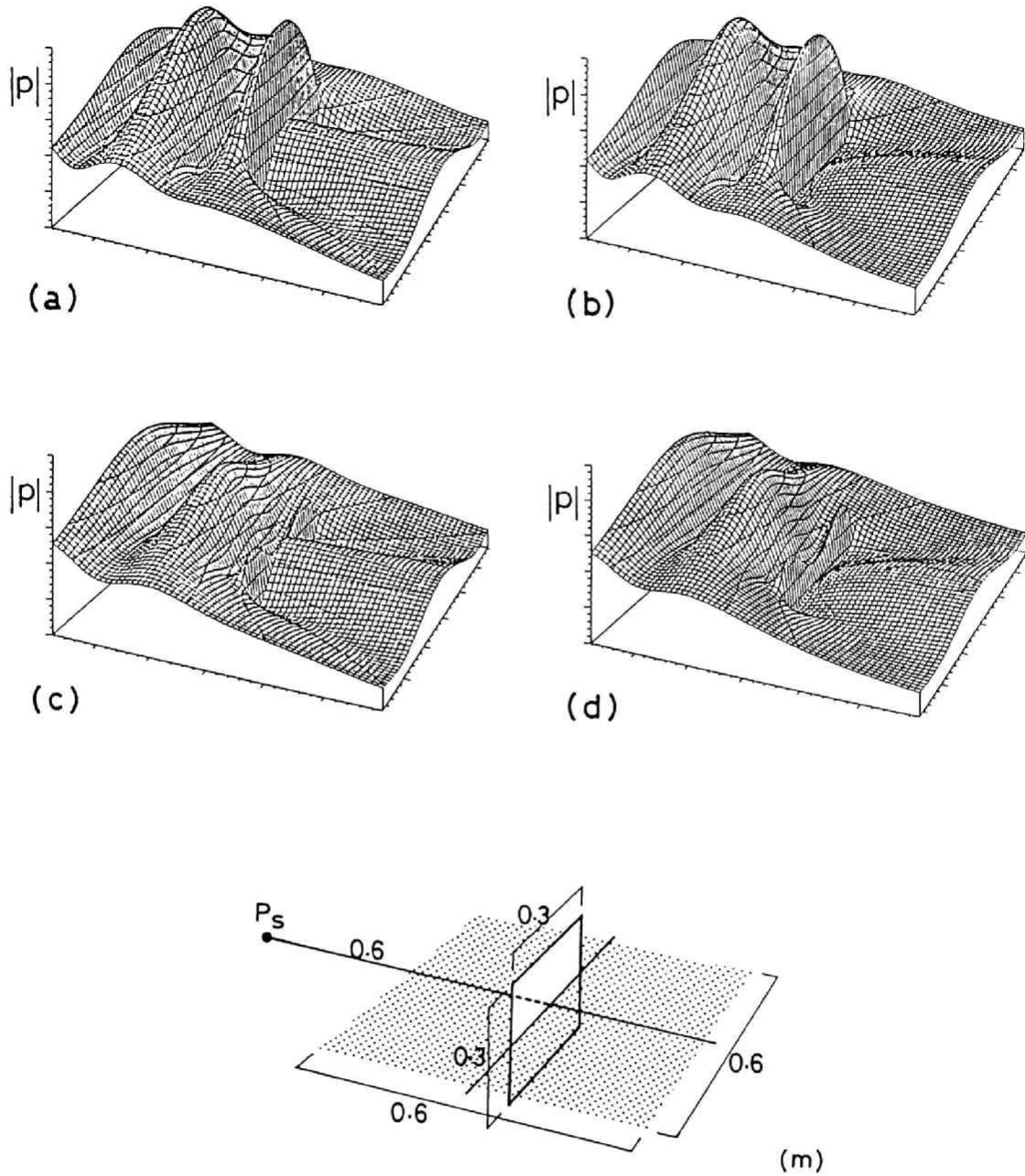


図 2.9: 薄板近傍の音圧分布 (絶対値): (a) 両面剛, (b) 音源側の面が剛, 裏面吸音性, (c) 音源側の面が吸音性, 裏面剛, (d) 両面吸音性; (a) は (2.8), (b)–(d) は (2.2) (2.5) により計算,  $30 \times 30$  要素,  $\lambda = 0.3$  m,  $15^\circ\text{C}$ ; 吸音面のアドミッタンス比は音圧反射係数を  $0.5 \exp(\pi i/2)$  として計算

## 2.2 Kirchhoff の境界条件近似

平面スクリーン開口からの回折場を近似的に求めるため、しばしば Kirchhoff の境界条件が用いられる [41]。これは境界値として、スクリーンの裏側ではポテンシャル  $\Phi = 0$  及び  $\partial\Phi/\partial n = 0$ 、また開口上では直接波  $\Phi = \Phi_D$ ,  $\partial\Phi/\partial n = \partial\Phi_D/\partial n$  を与え、領域  $\Omega$  を回折側半空間にとって積分公式 (1.16) を計算する（ただし領域  $\Omega$  内に音源がないため直接波の項は除かれる）ことにより、面上のポテンシャル分布を解く必要がない簡便な方法である。これは Kirchhoff の回折理論とも呼ばれており、開口寸法に対して波長が十分短い場合には良い近似を与えることが知られている。この理論を基礎に、前川によって作成された半無限障壁の遮音計算図表は広く用いられている [64]。

剛な平板においても同様の近似を行えば（図 2.10 参照）、境界上の値は

$$\text{on A: } \Phi = \Phi_D, \quad \frac{\partial\Phi}{\partial n} = \frac{\partial\Phi_D}{\partial n} \quad (2.13)$$

$$\text{on B: } \Phi = 0, \quad \frac{\partial\Phi}{\partial n} = 0 \quad (2.14)$$

である。従って  $\Phi_2 = 0$  と近似され、(2.2) は剛で平板である条件を入れると

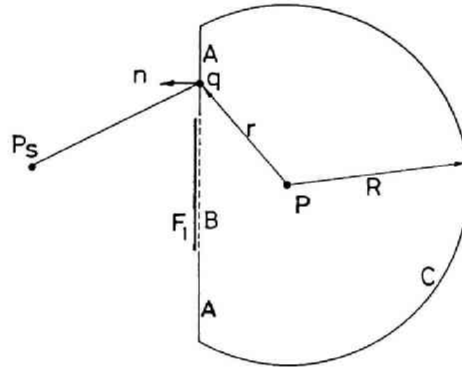


図 2.10: Kirchhoff の回折理論における領域と境界

$$\Phi_1 + \Phi_2 = 2\Phi_D \quad (2.15)$$

となるから、 $\Phi_1 = 2\Phi_D$  と近似することと同じである。また、正確解  $\tilde{\Phi}$  は (2.12) より  $\tilde{\Phi} = 2\Phi_D - 2\Phi_2$  と表せるから、Kirchhoff の近似は  $2\Phi_2$  の寄与を無視したものと言うことができる。

(2.4) (2.12) より境界 A, B 上の厳密な値は (2.8) の解  $\tilde{\Phi}$  を用いて表すと

$$\text{on A: } \Phi = \Phi_D, \quad \frac{\partial\Phi}{\partial n} = \frac{\partial\Phi_D}{\partial n} + \frac{1}{4\pi} \iint_{F_1} \frac{\exp(-ikr)}{r^3} (1 + ikr) dS \quad (2.16)$$

$$\text{on B: } \Phi = \Phi_D - \frac{\tilde{\Phi}}{2}, \quad \frac{\partial\Phi}{\partial n} = 0 \quad (2.17)$$

が導かれる。従って、kirchhoff の近似では下線部の項が省略されていることがわかる [3][11][12]。

板表面上のポテンシャル分布の様子と Kirchhoff の近似値との差を見るため、積分方程式により剛な矩形平板 (0.3×0.3 m) に対する計算を行った。図 2.11 は表及び裏面のポテンシャルの絶対値を Kirchhoff の近似値（破線）と比較して示している。(a) は波長が 0.3 m の場合、(b) は 0.15 m の場合である。また、図 2.12 はエッジ付近の法線粒子速度成分の絶対値を同様に Kirchhoff の近似値（破線）とともに示したもので、(a) は波長 0.3 m、(b) は波長 0.15 m の場合を示す。

図 2.11 は裏側のポテンシャルが無視できないほど大きな値を持っていることを示しており、また、図 2.12 は粒子速度成分がエッジ付近で非常に大きく変動し、Kirchhoff の近似からかなりのずれのあることが示されている。

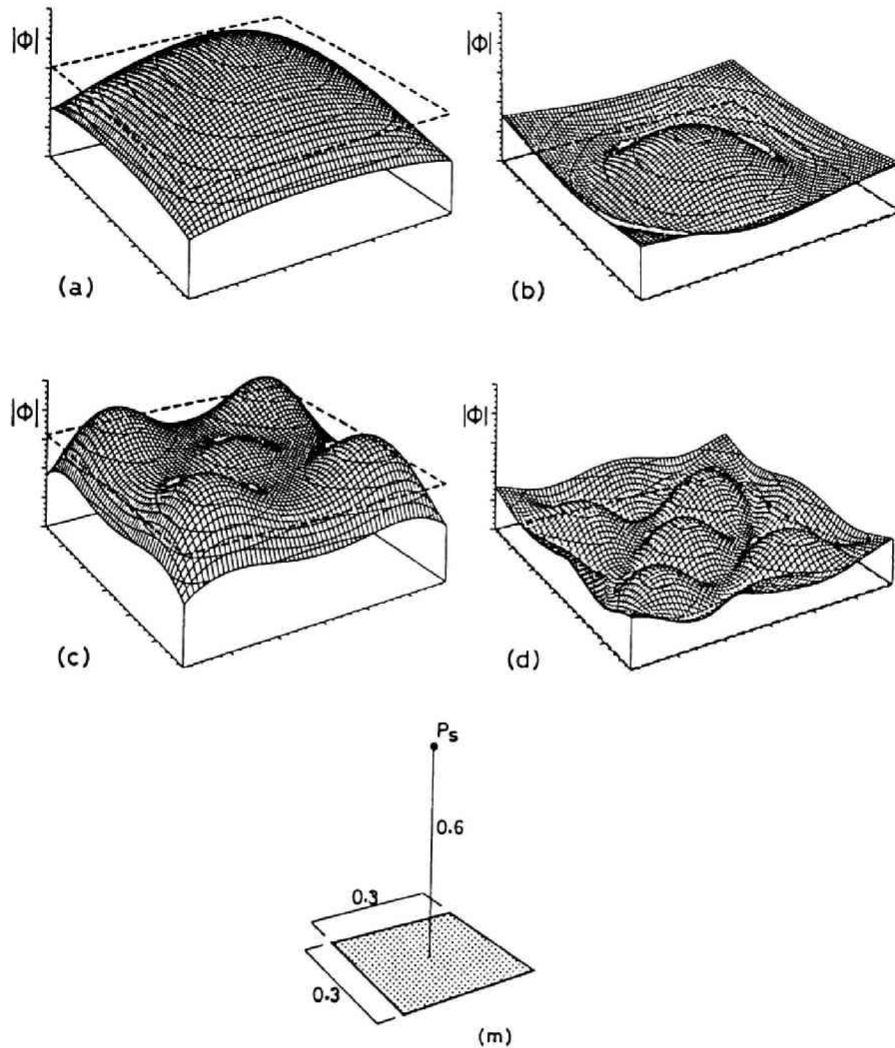


図 2.11: 剛な矩形平板上のポテンシャル分布（絶対値）：積分方程式による解と Kirchhoff の近似値との比較；上段は波長 0.3 m, (a) 表側, (b) 裏側；下段は波長 0.15 m, (c) 表側, (d) 裏側, 30×30 要素；破線は Kirchhoff の近似境界値を示す



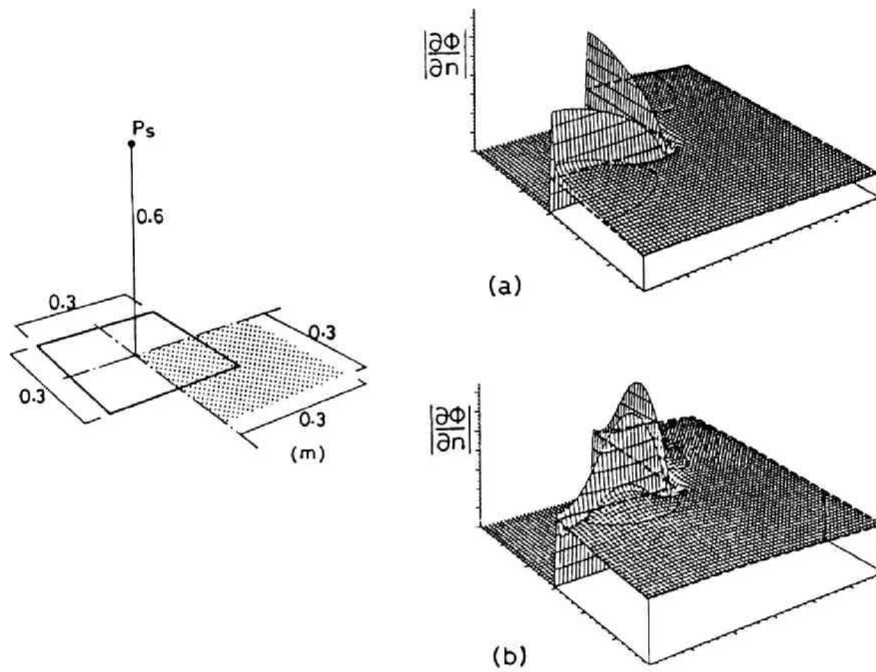


図 2.12: 剛な矩形平板上及び近傍の法線粒子速度成分 (絶対値): 積分方程式による解と Kirchhoff の近似値との比較; (a) 波長 0.3 m, (b) 波長 0.15 m, 30×30 要素; 破線は Kirchhoff の近似境界値を示す



また、より簡単に

$$U_B \approx -\frac{\tan(\gamma/2)}{\sqrt{8\pi k \rho_0 \rho L}} \exp\{-i(kL + \pi/4)\} \quad (2.22)$$

と表せる。 $\gamma$  はエッジを通り  $P_s$  及び  $P$  を含む 2 平面の交角であり、位相  $\exp\{-ik(r+s)\}$  は  $P_s$  からエッジを通り  $P$  へ結ぶ線分が最短経路のときのエッジ上の点  $q_0$  で停留点となる。

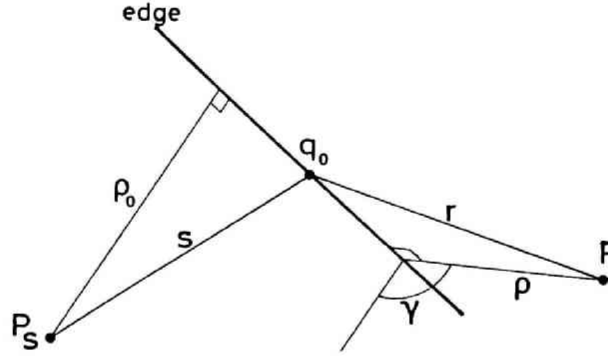


図 2.14: 停留位相法による線積分の評価

図 2.15 は剛正方形の中心を垂直に横切る軸上で、回折場をこれらの漸近式により計算し比較した例を示す [3]。板は  $0.3 \times 0.3$  m の矩形板で、音源を板中心から 0.6 m の距離に置き、波長を 0.3 m, 0.15 m, 0.075 m, 0.0375 m の 4 段階に変化させたときの図の軸上の回折場を求めている。計算は各縁辺のそれぞれの停留点で計算し、4 辺の寄与を加えたものである。実線は第 1 種積分方程式 (2.8) による解、破線は線積分 (2.20) による解、1 点鎖線は漸近式 (2.21) による解、点線は漸近式 (2.22) による解を表している。図から判断すれば板の寸法が波長の 10 倍程度以上あり、かつ  $kr$  が 100 より大なるとき、2 つの漸近解とも数 dB 以内の誤差で回折場を予測できるようである。

板の表側が locally reactive な吸音性の面<sup>1</sup>であれば (2.2) の積分の第 2 項目が残る。即ち次のような形の積分項が現れる。

$$\iint \frac{\exp\{-ik(r+s)\}}{rs} dS = \iint g(x,y) \exp\{-ik(r+s)\} dS \quad (2.23)$$

このような積分においても以下のように漸近評価を行うことができる。積分領域内の停留点を  $(x_0, y_0)$  とすると<sup>2</sup>,

$$\begin{aligned} \iint \frac{\exp\{-ik(r+s)\}}{rs} dS &\approx \frac{2\pi i \sigma}{\sqrt{|\xi\eta - \zeta^2|}} \frac{\exp(-ikL)}{krs} \\ \left\{ L = PP_s, \quad \xi &= \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial x^2}, \quad \eta = \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial y^2}, \quad \zeta = \frac{\partial^2 f(x_0, y_0)}{\partial z^2} \right\} \\ \sigma &= \begin{cases} +1 & \text{for } \xi\eta > \zeta^2 \quad \xi > 0 \\ -1 & \text{for } \xi\eta > \zeta^2 \quad \xi < 0 \\ -i & \text{for } \xi\eta < \zeta^2 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.24)$$

により評価できる。このような吸音面の寄与に対する漸近評価は従来の論文では扱われていない。

<sup>1</sup> Kirchhoff の近似を行うので裏側は吸音性か否かは問題としない

<sup>2</sup> これは第 1 種の critical point と呼ばれている [41]

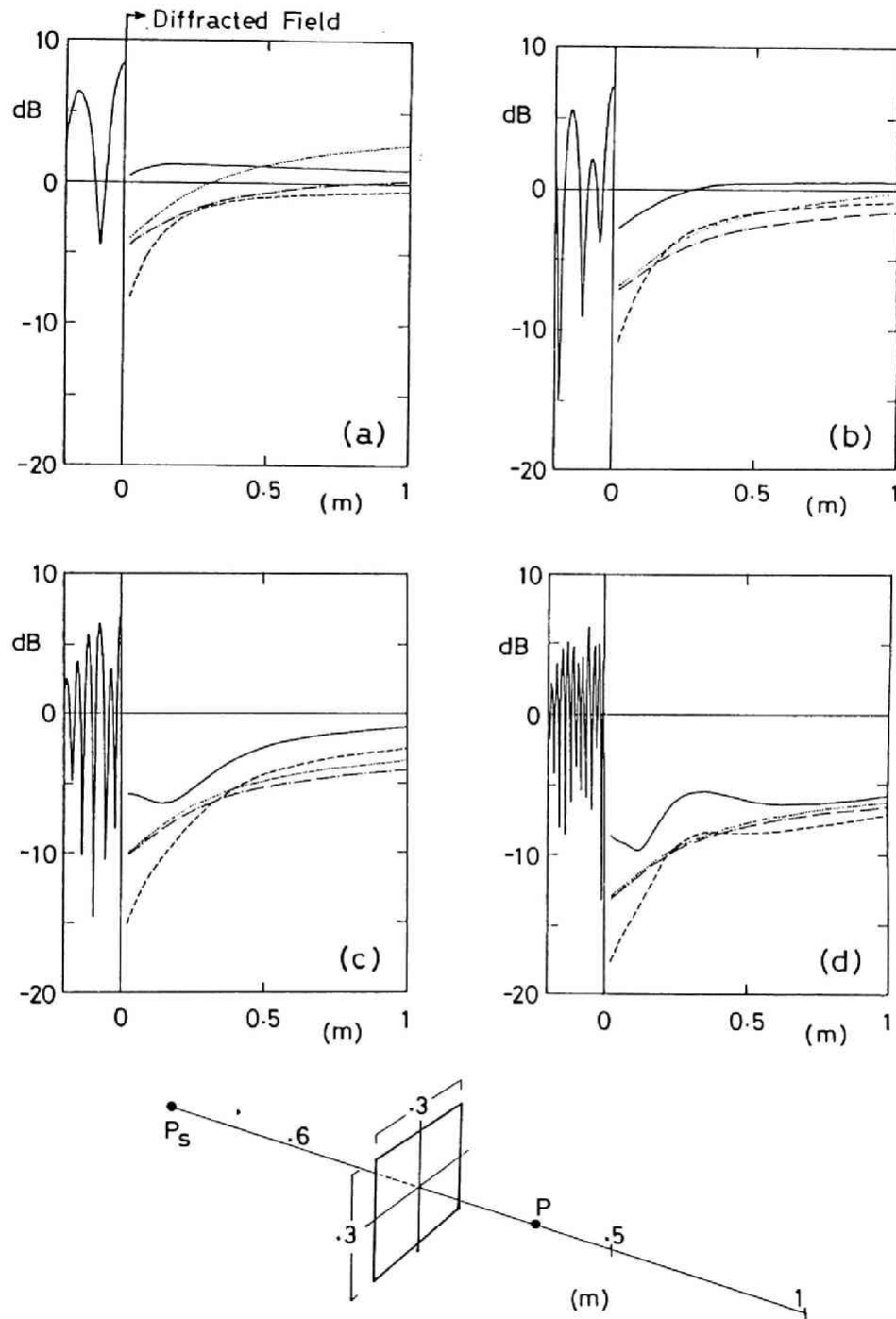


図 2.15: 矩形剛平板の回折場の漸近評価: — (2.8) による解, ---- (2.20) による解, - · - · - (2.21) による解, ..... (2.22) による解; 波長は (a) 0.3 m, (b) 0.15 m, (c) 0.075 m, (d) 0.0375 m; 0 dB は直接音のレベルを表す

## 2.4 帯域ノイズへの対応

2.1 節で、周期的定常な音場の計算には境界積分方程式法が非常に有効な手段であることを示したが、実際の遮音設計においては、周期的定常よりも帯域ノイズに対する音場によって判断されることが一般的である。このようなノイズに対する音場予測の方法として、帯域内のいくつかの周波数における計算結果のエネルギー平均をとることが考えられる。

1/3 オクターブバンドノイズ音源に対する剛な平板 ( $0.2 \times 0.3$  m) まわりの音場において、図 2.16 のごとく帯域をさらに 6 分割し、それぞれの中心周波数で積分方程式 (2.8) によって計算した結果をエネルギー平均し、実験値と比較したのが図 2.17 である。実験方法は周期的定常において行ったものと同じであるが (図 2.2 参照)、ドライバユニットには 1000 Hz 及び 2000 Hz の 1/3 オクターブバンドノイズを供給した。なお、この実験では板より 0.7 m 離れた位置に音源があり、マイクロフォンの回転半径は  $R = 0.35$  m である。図中、● は  $10^\circ$  ごとに測定した値、破線は中心周波数における計算結果、点線はエネルギー平均値をあらわし、(a) は 1000 Hz、(b) は 2000 Hz の結果である。0 dB は板のないときの直接波のレベルを表わす。実験結果は中心周波数による計算値よりも、6 周波数の結果のエネルギー平均とよく対応していることがわかる。

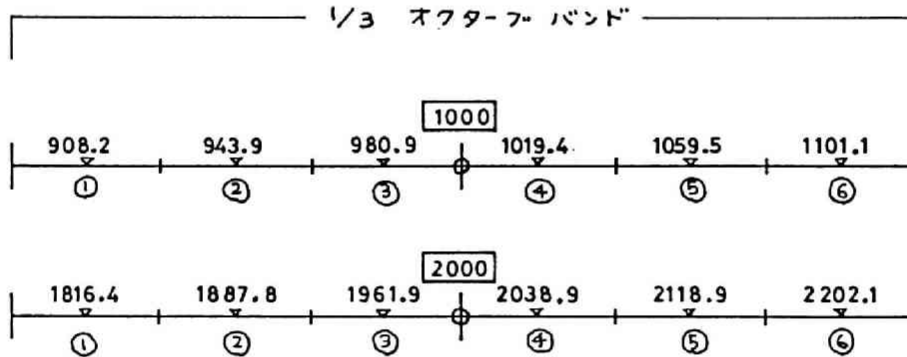


図 2.16: 1/3 オクターブバンドの分割と計算に用いた周波数

さらに、実際に使用されるような例として、剛で平坦な地面上に置いた有限の障壁の 1/3 オクターブバンドノイズに対する回折場を測定し、エネルギー平均の値と比較を行った。剛で平坦な地面が存在する場合には、地面に対する音源と障壁のイメージを考えることにより、式の上からは、地面を除去し空間中に 2 音源と障壁があるときの取り扱いと同じになる。図 2.18 は 3 種類の有限障壁の 1000 Hz、1/3 オクターブバンドノイズ音源による回折場を図示の 25 点で測定した結果である。(a) は地面上に垂直に立てた矩形の障壁、(b) は (a) の障壁を  $30^\circ$  音源側に傾斜させた場合、(c) は 2 枚の障壁を平行に置いた場合である。0 dB は障壁のないときのレベルで、直接波と地面からの反射波の和を表わしている。● は実験値、○ はエネルギー平均値であるが、両者は非常によい対応を示していることがわかる。

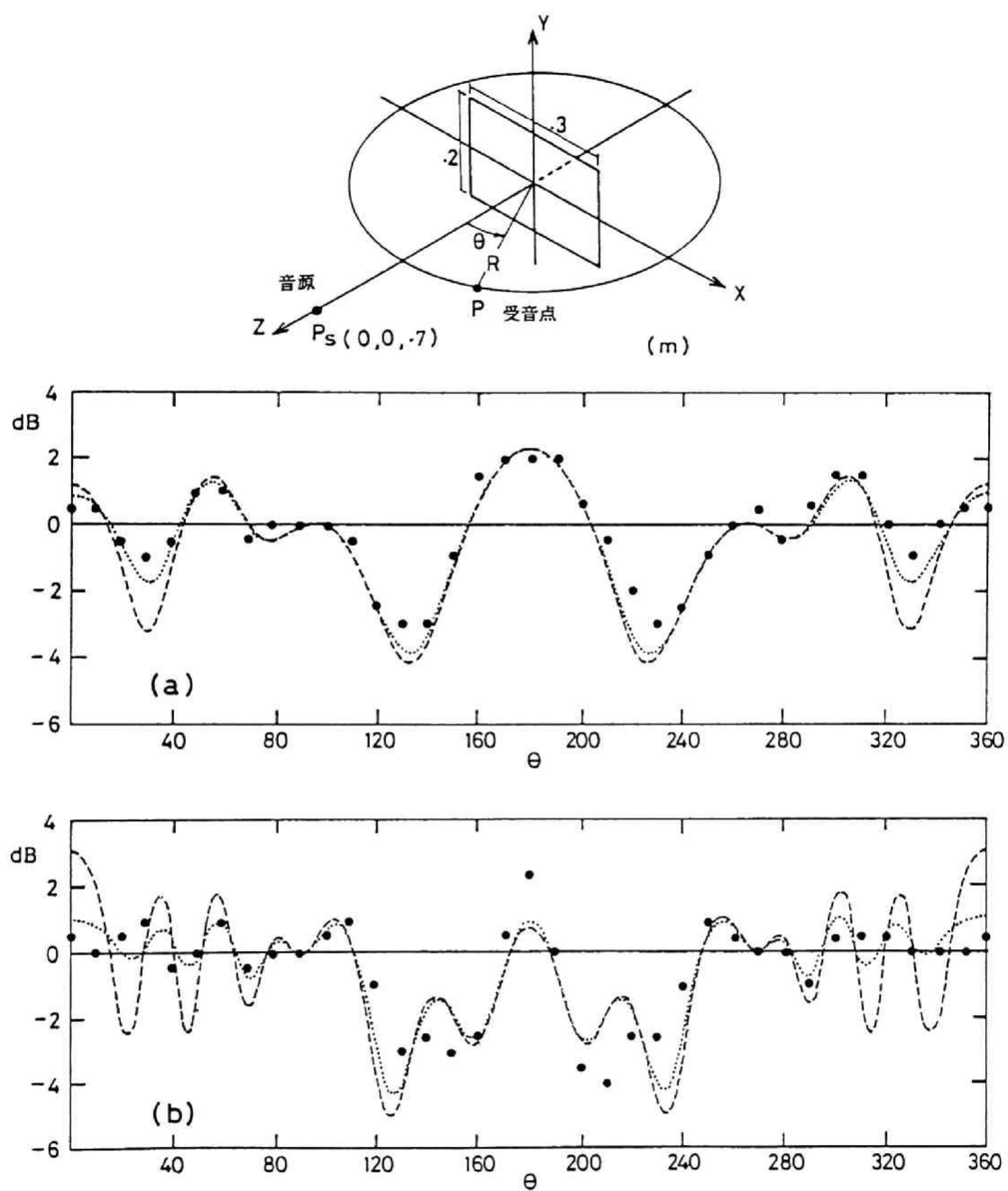


図 2.17: 1/3 オクターブバンドノイズ音源による矩形剛平板まわりの音場: ● 実験値, ———— 中心周波数での積分方程式による解, - - - - - 6 周波数の計算結果のエネルギー平均,  $R = 0.35 \text{ m}$ , (a) 1000 Hz, 25 °C, (b) 2000 Hz, 24 °C, ; 0 dB は直接音のレベルを表す

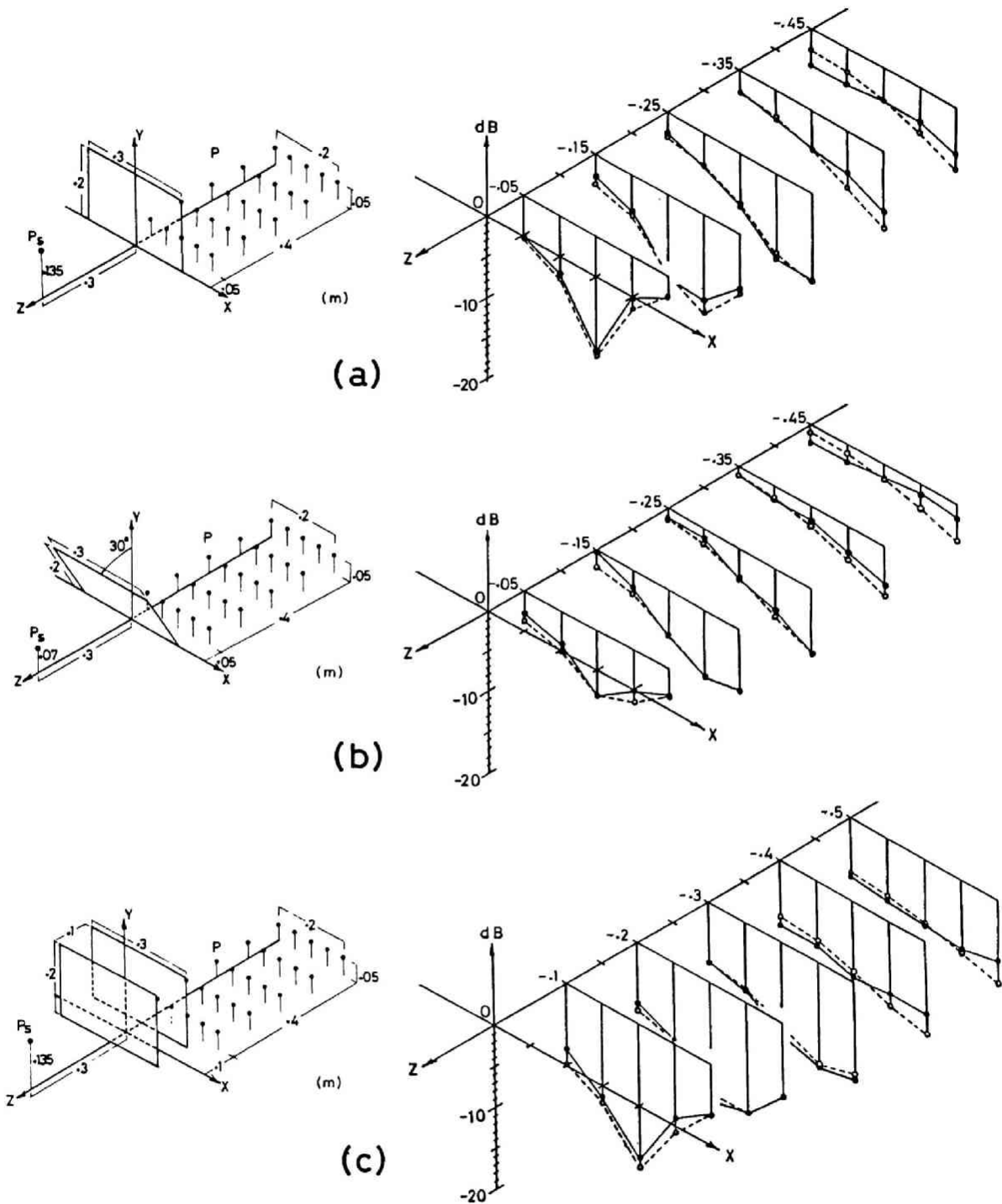


図 2.18: 剛で平坦な地面上に置いた障壁による回折場 (1000 Hz, 1/3 オクターブバンドノイズに対するもの): ● 実験値, ○ 6 周波数の計算結果のエネルギー平均, (a) 地面に垂直な矩形障壁, 20 °C, (b) 傾斜した矩形障壁, 21 °C, (c) 地面に垂直で 2 枚の平行な矩形障壁, 19.5 °C, 0 dB は直接音のレベルを表す

## 2.5 本章のまとめ

剛及び吸音性の薄板まわりの周期的定常音場を積分方程式を用いて解析した結果は、板面上並びに空間の点の双方において実験値と非常によく一致することが確かめられた。

また、障壁などの回折場の計算にしばしば用いられる Kirchhoff の境界条件近似において、省略されている項を積分方程式より導いて明確にし、この近似を用いた場合と積分方程式による値と比較した結果は、裏側のポテンシャルを無視していない積分方程式を用いる方法が回折側の場計算に特に有効であり、更に複雑な形状の障壁においても、その近傍音場まで含めて精度よく計算が行えることが示された。

一方、剛な平板に対する音場計算に、Kirchhoff の境界条件近似を導入すれば、板縁辺上の線積分によって評価することが可能で、停留位相法を用いて回折場の漸近評価を行った結果は、板の寸法が波長の 10 倍以上あり、かつ  $kr > 100$  であれば、数 dB 以内で回折場が予測できることを示している。また、吸音性の障壁に対する漸近評価の方法についても言及した。

遮音設計では通常帯域ノイズに対する予測が要求されるが、帯域内のいくつかの周波数で積分方程式を用いて計算した結果のエネルギー平均をとれば、実用上十分な精度で反射、回折場の予測が可能であろうと思われる。





## Chapter 3

### 座席列上の音響伝搬

コンサートホールや劇場において、等間隔で周期的に配置された座席列は内部の音場にかなりの影響を与えることが知られている。即ち、ステージ上で出た音が座席列上をかすめて伝搬するとき、100-300Hz の低周波域において、直接波と座席列による散乱波の干渉によって超過減衰を引き起こす問題である。

1964 年、Schultz and Watters [69] は実際のホールの測定及び 1/10 スケールモデルを用いた実験から、この超過減衰の生じること並びにその周波数特性を初めて報告している。また、彼らはこの現象が座席の材質や着席している人にはあまり影響されないことも確かめている。一方、Sessler and West [70] も独立に同様な測定を行い、ほぼ同時期にこの超過減衰の問題を報告している。しかしながら、これらの論文では測定結果の報告だけであり、理論的な解析はなされていない。

安藤ら [71][72] は、座席列を無限に広がる周期的な凹凸のある面として近似し、平面波が入射する条件ではじめて理論的な解析を試み、1/10 スケールモデルの実験と比較してよい一致が得られることを報告した。また、飯田ら [73] は水平方向の入射角の影響等についても検討を行っている。

しかし実際のコンサートホールの座席は有限であり、また床は傾斜していることが多い。更に、通路や座席下部を音が回り込む（アンダーパス）影響などは、安藤らの方法では解析できない。本章ではこれらの問題の解決のため積分方程式を導入し、座席列上の音場予測の手法としての有効性について検討を行う。

座席列は障壁が多重に並んでいるものと考えられ、2.1 節で導いた関係式がそのまま利用できる。しかし低域の周波数を扱うと言っても、現実のホールの座席全体を考慮して計算を行うのは膨大な時間を必要とする。音場は主として座席間隔、背もたれの高さに影響されると考えられ、床の勾配、通路、座席下部の回り込みの影響などは、計算時間の少なく済む 2 次元的な解析でもかなりの予測できると思われるため、まず 2 次元問題として解析並びに検討を行った後、3 次元の計算結果並びに 1/10 のスケールモデルによっても検討を行い、超過減衰のより具体的な予測ができることを明らかにする。なお、ここで問題にしている周波数の音の波長に対して、座席は通常十分薄いと考えられるため、計算では座席を厚さ 0 の板として取り扱っている。なお、後半の第 II 部では過渡音場を取り扱うが、座席列がその上部を伝搬する直接音に対して与える過渡的な影響を検討するため、周期的定常の計算結果から逆フーリエ変換により三角波に対する過渡応答もあわせて求め、図中に示している。[4] [7][16][17][18][19][30][21]

### 3.1 2次元音場の関係式

本章では座席は波長に比べて十分薄い板で構成されているものとして扱う。2次元の関係式は(2.1)–(2.3)と同様に

$$\Phi_D(P_s, P) + \iint_{F_1} \left\{ \tilde{\Phi}(q) \frac{\partial G(P, q)}{\partial n_q} - \frac{\partial \tilde{\Phi}(q)}{\partial n_q} G(P, q) \right\} dS_q = \Phi(P) \quad (P \in \Omega) \quad (3.1)$$

$$\Phi_D(P_s, p) + \iint_{F_1} \left\{ \tilde{\Phi}(q) \frac{\partial G(p, q)}{\partial n_q} - \frac{\partial \tilde{\Phi}(q)}{\partial n_q} G(p, q) \right\} dS_q = \frac{1}{2} \{ \Phi_1(p) + \Phi_2(p) \} \quad (p \in F_1) \quad (3.2)$$

$$\tilde{\Phi}(q) = \Phi_1(q) - \Phi_2(q) \quad (3.3)$$

である(図 2.1)。ただし、 $G(P, q)$  は 2次元 Helmholtz の方程式の解 ( (1.12) (1.14) 参照)

$$G(P, q) = \frac{i}{4} H_0^{(2)}(kr_{Pq}) \quad (3.4)$$

であり<sup>1</sup>、 $H_0^{(2)}$  は 0 次第 2 種 Hankel 関数で Bessel 関数  $J_0$  と Neumann 関数  $Y_0$  で表され  $H_0^{(2)}(x) = J_0(x) - iY_0(x)$  である。また、 $\Phi_D$  は直接音で、2次元では円筒波を表す。

座席列による超過減衰は 100–300 Hz の低い周波数帯域で生じるから、この付近の周波数に対しては座席の吸音率はかなり小さいものと考えてよい。従って、座席を剛として扱うと両面のポテンシャル差を解く必要があり、第 1 種積分方程式

$$\frac{\partial \Phi_D(P_s, p)}{\partial n_p} + \iint_{F_1} \tilde{\Phi}(q) \frac{\partial^2 G(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q = 0 \quad (\lim P \rightarrow p, \quad P \in \Omega) \quad (3.5)$$

より求めることができる。

ここで特異核  $\partial^2 H_0^{(2)}(kr_{Pq})/\partial n_p \partial n_q$  を含む積分の評価について考える。 $r_{Pq}$  を簡単のため単に  $r$  で表すと、Hankel 関数の 2 階微分は

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial n_p \partial n_q} H_0^{(2)}(kr) &= k \frac{H_1^{(2)}(kr)}{r} \cos(n_p, n_q) \\ &+ \left\{ k^2 H_0^{(2)}(kr) - 2k \frac{H_1^{(2)}(kr)}{r} \right\} \cos(r, n_p) \cos(r, n_q) \end{aligned} \quad (3.6)$$

となり、特異点を含む要素では

$$\frac{\partial^2}{\partial n_p \partial n_q} H_0^{(2)}(kr) = k \frac{H_1^{(2)}(kr)}{r} \quad (3.7)$$

となって、特異点近傍では  $r \rightarrow 0$  のとき  $H_1^{(2)}(kr)/r = O(r^{-2})$  の特異性をもつ。1.3 節で行ったように、3次元の特異核は要素内でポテンシャルを一樣と近似すれば縁辺上の線積分で評価できたが、2次元の場合はそのような解析的な積分は実行できそうにない。ここではそれ故に、3次元の場合と同様、最初  $\varepsilon$  だけ離れた点  $P$  で評価を行い、要素中心点  $p$  へ収束させる方法を用いるが(図 1.4 参照)、Hankel 関数は 0 近傍で代数関数及び対数関数に近似して評価する。

図 3.1 において、 $0 < x < a$  及び  $a < x < b$  の領域に分けると、後者は特異点は含まないので直接数値積分が可能である。前者の積分は、点  $p$  において特異であり積分は発散する。 $kx$  に比較して  $a$

<sup>1</sup> 時間項に  $\exp(-i\omega t)$  を用いた場合  $G(P, q) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(kr)$  となる。

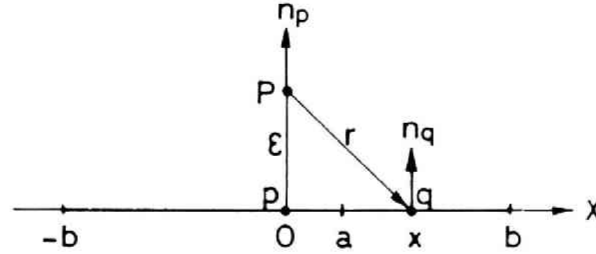


図 3.1: 2次元特異核の評価

が十分小さい場合には

$$H_0^{(2)}(kr) \approx \frac{2i}{\pi kr}, \quad \frac{\partial^2}{\partial n_p \partial n_q} H_0^{(2)}(kr) \approx k \frac{H_1^{(2)}(kr)}{r} \approx \frac{2i}{\pi r^2} \quad (3.8)$$

と近似できるから (3.6) は

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial n_p \partial n_q} H_0^{(2)}(kr) &= k \frac{H_1^{(2)}(kr)}{r} + \left\{ k^2 H_0^{(2)}(kr) - 2k \frac{H_1^{(2)}(kr)}{r} \right\} \left( \frac{\varepsilon}{r} \right)^2 \\ &\approx \frac{2i}{\pi r^2} - \frac{2ik^2}{\pi} \log(kr) \left( \frac{\varepsilon}{r} \right)^2 - \frac{4i}{\pi r^2} \left( \frac{\varepsilon}{r} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.9)$$

と書ける。(3.9) 式の各項の積分を行うと

$$\begin{aligned} \frac{2i}{\pi \varepsilon} \tan^{-1} \frac{a}{\varepsilon} &- \frac{2ik^2}{\pi} \varepsilon^2 \left\{ \frac{1}{\varepsilon} \tan^{-1} \frac{a}{\varepsilon} \cdot \log(k\sqrt{\varepsilon^2 + a^2}) \right. \\ &\left. - \int_0^a \frac{1}{\varepsilon} \tan^{-1} \frac{x}{\varepsilon} \cdot \frac{x}{\varepsilon^2 + x^2} dx \right\} - \frac{2ai}{\pi(\varepsilon^2 + a^2)} - \frac{2i}{\pi \varepsilon} \tan^{-1} \frac{a}{\varepsilon} \end{aligned} \quad (3.10)$$

となるから、 $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0}$  とすれば、Cauchy の主値のごとく発散する項は打ち消され、最終的に

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^a \frac{\partial^2}{\partial n_p \partial n_q} H_0^{(2)}(kr) dx = -\frac{2i}{\pi a} \quad (3.11)$$

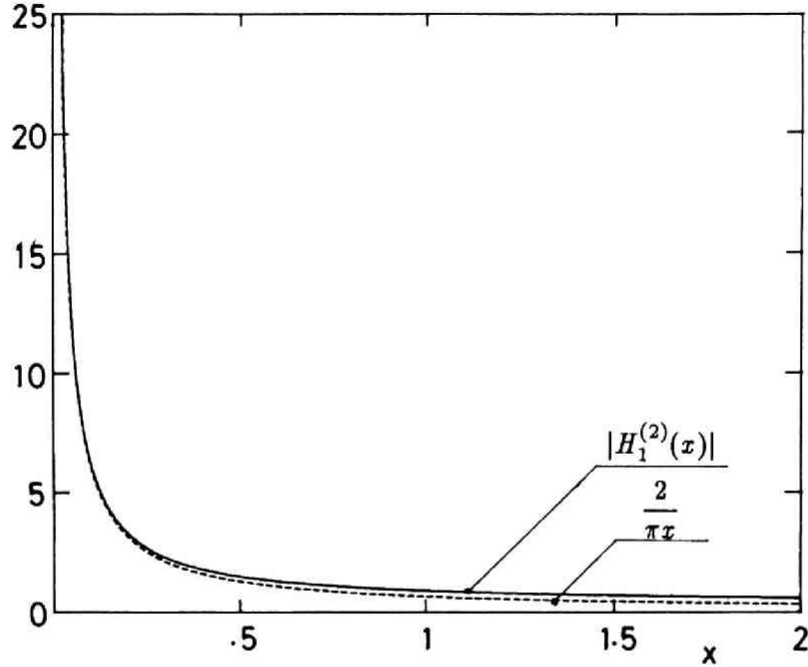
により有限の値となる [21]。

なお、図 3.2 には  $x$  が小なるとき、 $H_1^{(2)}(x)$  とそれを近似した  $2i/\pi x$  の比較を示している。 $a < 0.2$  程度にとっておけば十分精度ある結果が得られることがわかった。

## 3.2 2次元の計算結果

### 3.2.1 自由空間中に置かれた座席列

自由空間中に I 型及び L 型の座席を 20 列配置し、2次元の計算を 50-300 Hz の周波数で 1 Hz 毎に行った結果を以下に示す。図 3.3, 3.4 は水平に並べられたもので、座席 No.5, No.10, No.15 において、着席したときのほぼ耳の位置にあたる点での計算結果である。図中 0 dB は直接音のレベルを表わしている。また、この周波数応答 (0-256 Hz) の結果より、対応する時間応答を逆フーリエ変換

図 3.2:  $2/\pi x$  と  $|H_1^{(2)}(x)|$  の比較

により求め、三角波入力に直したものを右側に示す。2次元問題では直流成分である 0 Hz の応答は (3.5) において単に  $k=0$  とするだけでは解けない。従って、Laplace の方程式 ( $\nabla^2 \Phi = 0$ ) に戻って (3.5) に相当する積分方程式を導き、基本解  $G(P, q) = \frac{1}{2\pi} \log \frac{1}{r_{Pq}}$  を用いて求めている。また、特異核  $\partial^2(\log \frac{1}{r})/\partial n_p \partial n_q$  に関する積分の評価も (3.11) と同様な方法で行っている。即ち、

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^a \frac{\partial^2}{\partial n_p \partial n_q} \left( \log \frac{1}{r} \right) dx = -\frac{1}{a} \quad (3.12)$$

となる。2次元の場合のインパルス応答は 'tail' を持っており、これはしばしば *diffusion* (拡散) と呼ばれることもある [40]。即ち、単に逆フーリエ変換を行っても  $\delta$  関数に対する応答とならず、尾を引く現象が現れる。ここでは正確な三角波形となるように整形したものを示している。

図 3.5, 3.6 は図のごとく座席列がスロープを持った場合の計算例である。なお、この勾配は視覚を基準に決められた段床曲線となっている。

図 3.3, 3.4 を見れば、周波数特性における変動は、L 型の座席形状の方が I 型のものに比べ大きくなっていることがわかる。また、それぞれにスロープを持たせた場合には、図 3.5, 3.6 から、周波数特性の変動は著しく減少しており、客席部につけられた床勾配は、よい視線を得るだけでなく、ホールの音響でもっとも重要な役割を果たすと思われる直接音の周波数特性の面においてもよい結果をもたらすことがわかる。

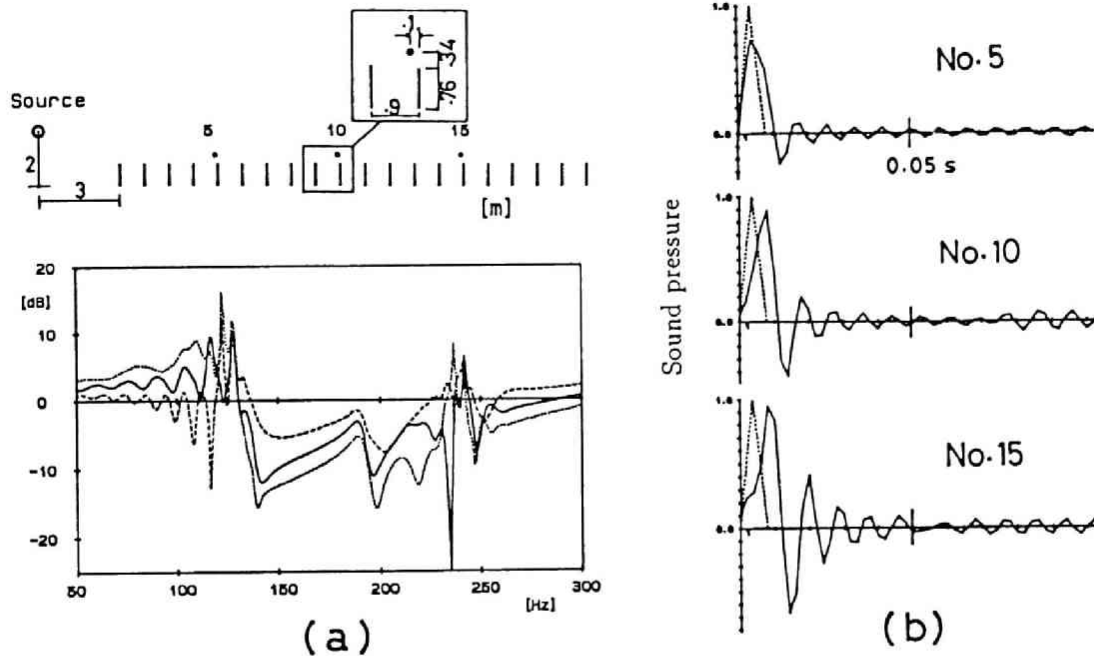


図 3.3: (a) 2次元座席列上伝搬音の周波数応答 (I 型, 20 列水平配置, 床なし): ----- No.5, ————— No.10, ..... No.15,  $3 \times 20$  要素, (b) 破線で示された三角波入力に対するそれぞれの座席の過渡応答波形

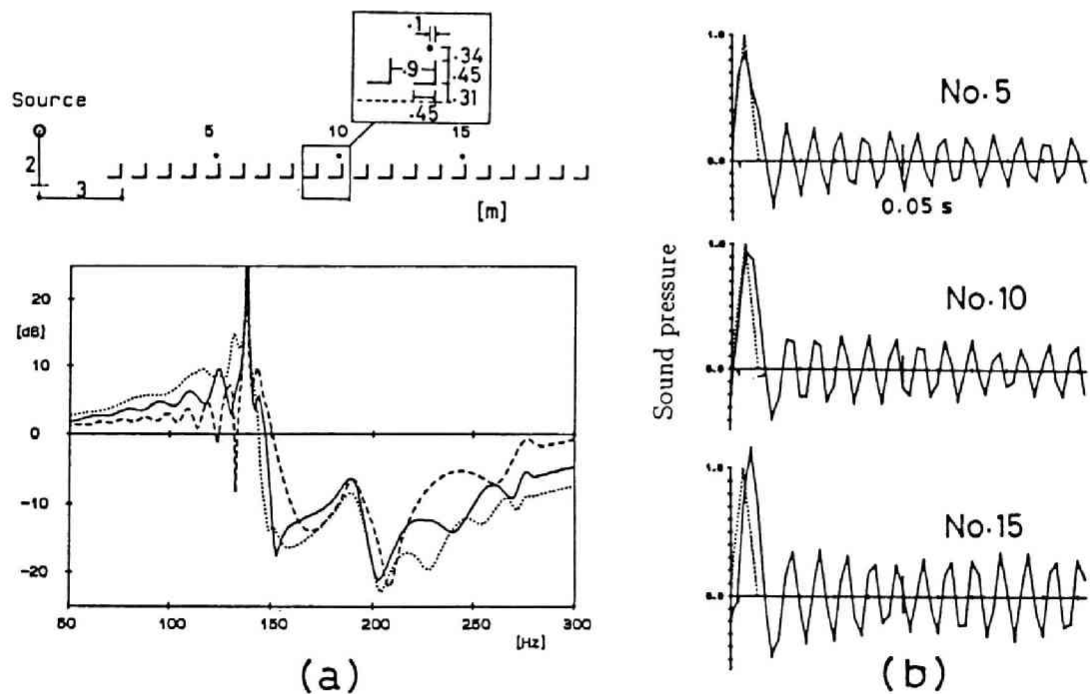


図 3.4: (a) 2次元座席列上伝搬音の周波数応答 (L 型, 20 列水平配置, 床なし): ----- No.5, ————— No.10, ..... No.15,  $(2+2) \times 20$  要素, (b) 破線で示された三角波入力に対するそれぞれの座席の過渡応答波形

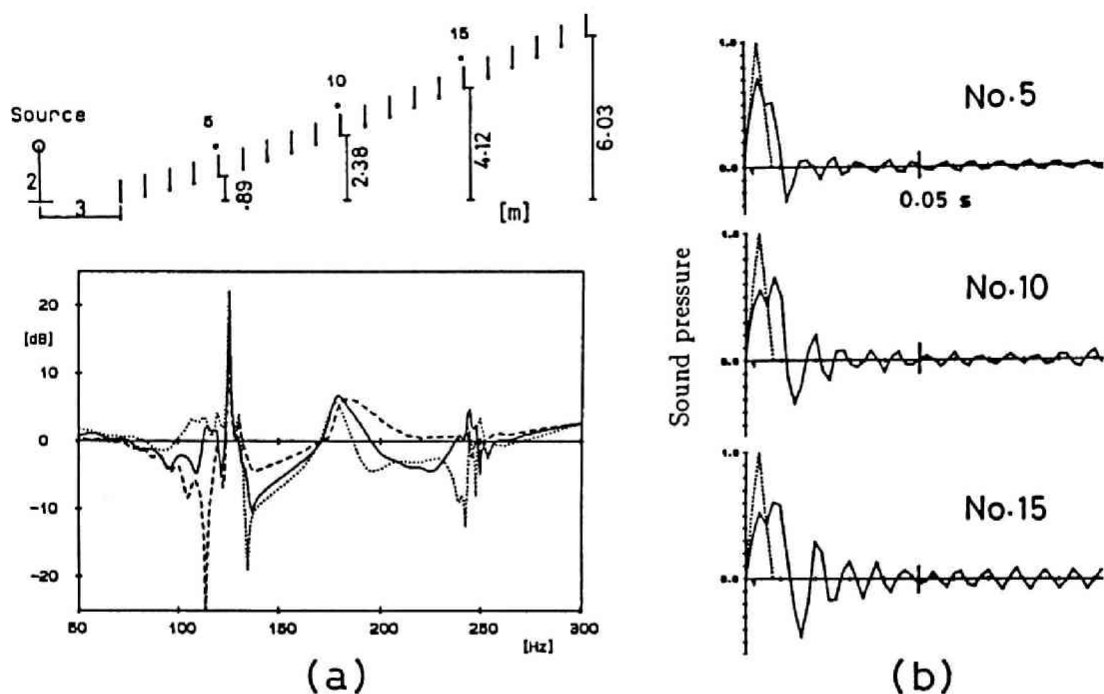


図 3.5: (a) 2次元座席列上伝搬音の周波数応答 (I型, 20列勾配配置, 床なし): ----- No.5, ————— No.10, ..... No.15, 3×20要素, (b) 破線で示された三角波入力に対するそれぞれの座席の過渡応答波形

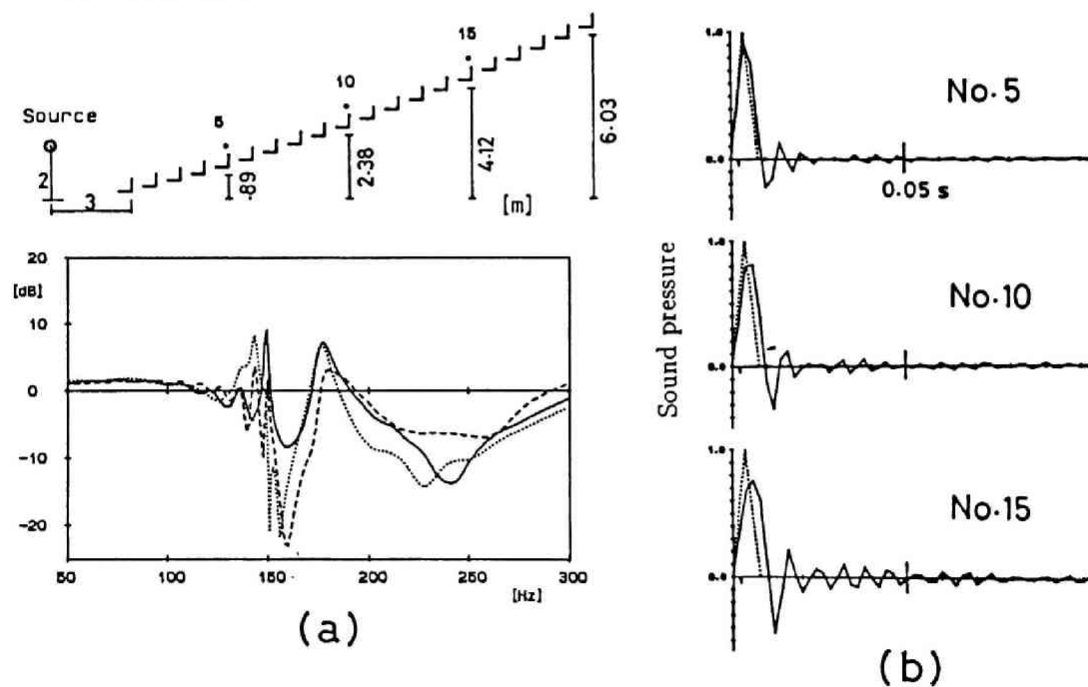


図 3.6: (a) 2次元座席列上伝搬音の周波数応答 (L型, 20列勾配配置, 床なし): ----- No.5, ————— No.10, ..... No.15, (2+2)×20要素, (b) 破線で示された三角波入力に対するそれぞれの座席の過渡応答波形

### 3.2.2 剛で平坦な床をもつ座席列

剛で平坦な床の上に座席が置かれたとき、計算は床に対する音源と座席列のイメージを考えることによって行える。図 3.7, 3.8 は図 3.3, 3.4 において床を考慮したときの結果である。I 型座席形状の場合は、床をつけることによって周波数特性の変動が大きくなり、dip の位置も低域へシフトしているのが見られる。また、L 型では、床の存在は変動幅、dip の位置等にはあまり影響を与えていないようであるが、周波数特性はかなり複雑に変化しているのがわかる。

ここで計算に用いた座席は表面が剛であり、音のエネルギーの吸収は存在しない。周波数特性上の凹凸は直接音と周期的に配列された座席列による拡散音が干渉することによって生じており、エネルギーの分布が変化するだけである。図 3.9 は図 3.8 で計算された 2 次元の床のある L 型形状の座席列上部の音圧分布の様子を示したものである。座席上部には、広い範囲にわたって干渉縞が現れており、これらは上部のバルコニー席や吊り下げられた録音用のマイクロフォンにも影響を及ぼすであろう。

### 3.2.3 Sessler らの実験値との比較

1964 年に発表された Sessler and West[70] の論文の中で、彼らは実際のホールでの測定に加え、1/10 スケールモデルを用いた実験も行っている。実験は図 3.10 のように、たかさ 1 m のステージの上にスピーカを置き、パルスまたは純音を発生させている。図中の寸法は実寸で示しており、横方向の座席の幅は 6 m である。(a) は  $P_1$  の座席位置の結果、(b) は  $P_2$  の座席位置のものである。実線は 2 次元の積分方程式によって 2 Hz 毎に計算した値、破線は Sessler らがパルスを用いて行った実験の結果で、また、(b) の図の点線は純音を用いたときの結果である。積分方程式で求められた結果は実験値とよく似た傾向を示しているが、dip の深さや現れる位置については十分な一致を示しているとは言えない。これは、計算を 2 次元で行っていること、座席の横方向の長さが有限であること、実験では座席が厚みを持っていることなどの点を原因として挙げることができるであろう。

### 3.2.4 座席面を吸音処理した場合の影響

前節までは座席列が剛な薄板で構成されているとして解析を行った。ここでは座席表面にアドミッタンスを考慮した場合を検討する。座席列上を伝搬する音が干渉によって超過減衰を起こすのは 100–300 Hz 付近であるから、このような周波数では座席表面の反射係数は非常に小さいと考えられる。Beranek [74] によると、座席面を平坦な面にならして考えたとき 125 Hz の布張り座席の吸音率は 0.19 であり、反射係数では  $|R| = 0.9$  となる。従って、計算に用いる値としては多少の位相遅れを与えて  $R = 0.9 \exp(i\pi/8)$  とした。

図 3.11 は I 型座席列で床のある場合の計算結果で、実線は剛の場合、破線は両面吸音の場合、点線は表側のみ吸音の場合である。この図は、座席の吸音が低域における周波数特性に与える影響はそれほど大きくないことがわかる。この結果は Schultz ら [69] の測定結果とも一致している。



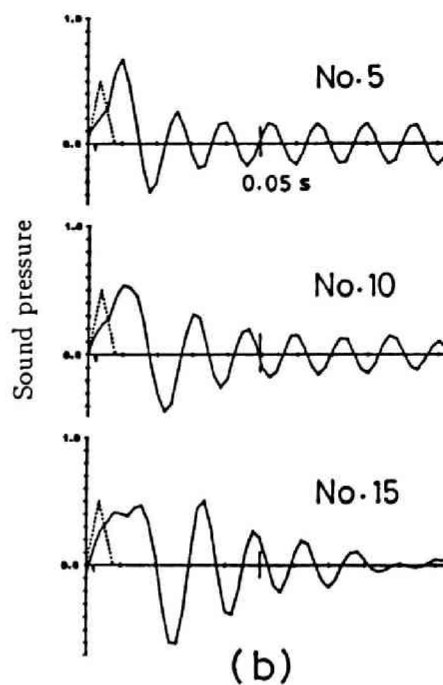
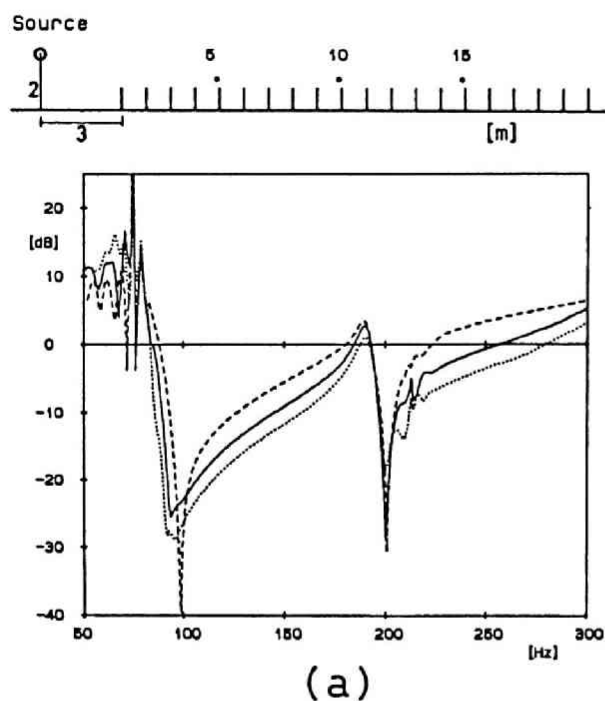


図 3.7: (a) 2次元座席列上伝搬音の周波数応答 (I 型, 20 列水平配置, 床あり): ----- No.5, ————— No.10, ..... No.15,  $3 \times 20$  要素, (b) 破線で示された三角波入力に対するそれぞれの座席の過渡応答波形

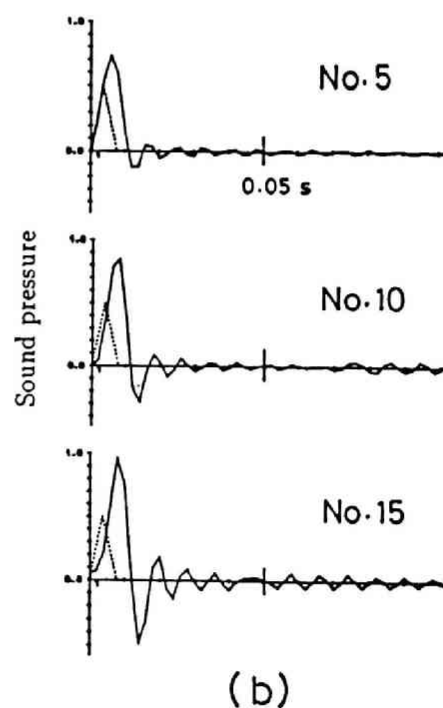
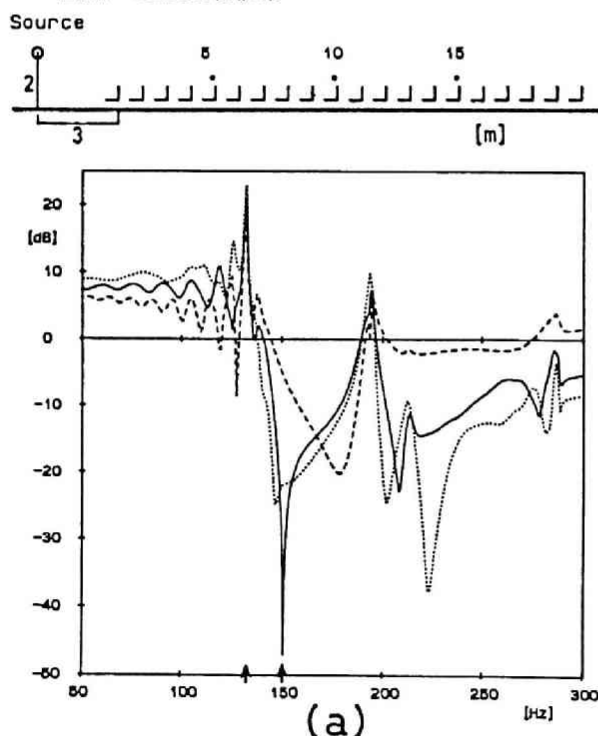


図 3.8: (a) 2次元座席列上伝搬音の周波数応答 (L 型, 20 列水平配置, 床あり): ----- No.5, ————— No.10, ..... No.15,  $(2+2) \times 20$  要素, (b) 破線で示された三角波入力に対するそれぞれの座席の過渡応答波形

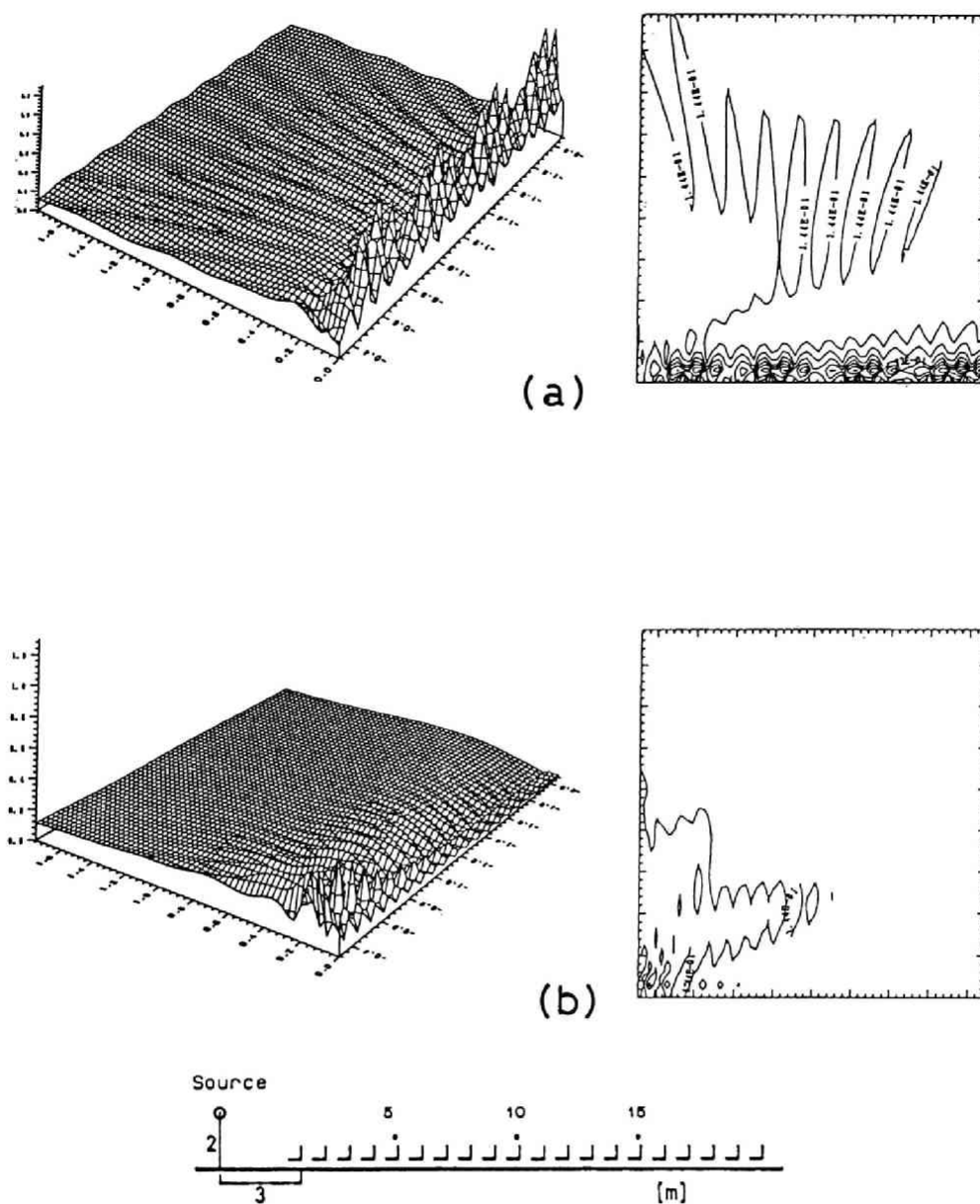


図 3.9: L 型座席列上部空間の音圧分布: 図 3.8 の No. 10 の座席における周波数応答のピーク及びディップの周波数; (a) 133 Hz, (b) 151 Hz (それぞれ矢印で表示), (6+6)×20 要素



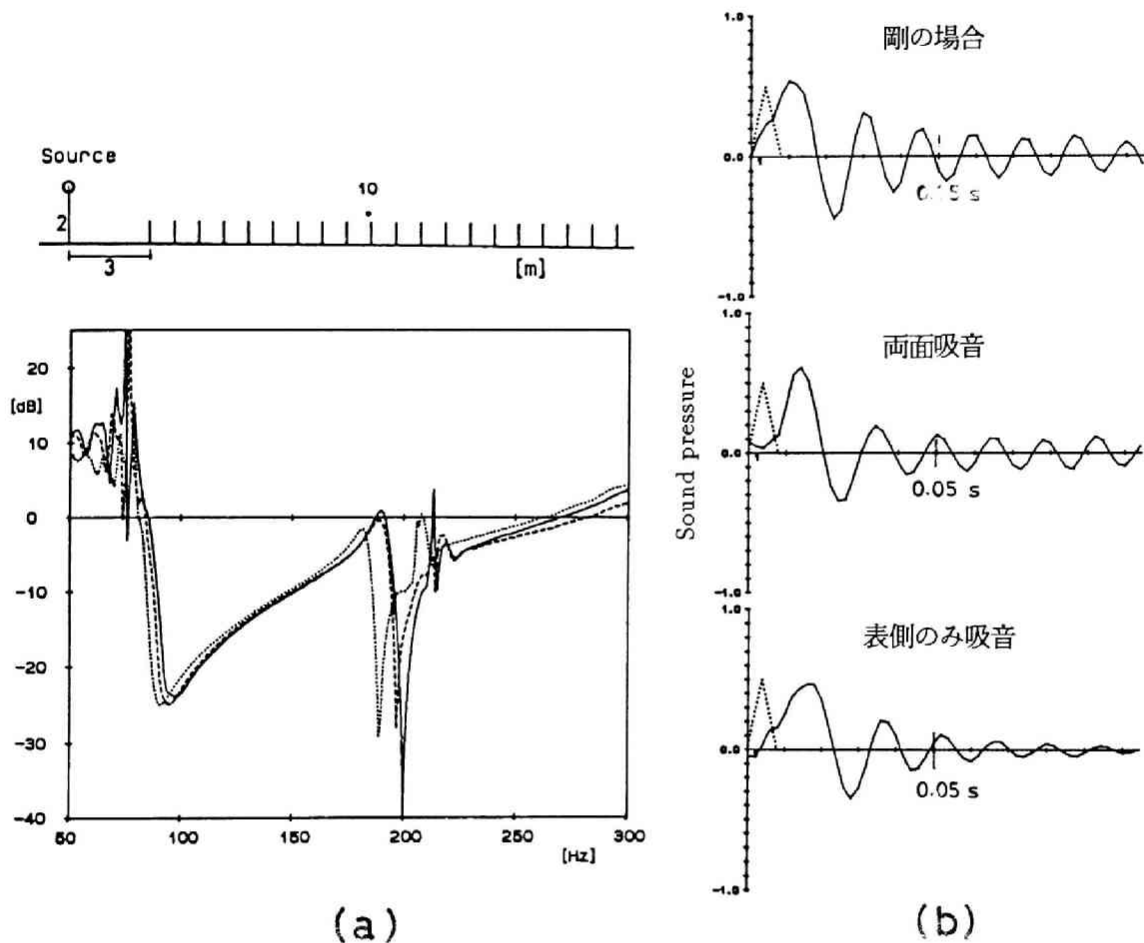


図 3.11: 座席表面を吸音した場合の影響, I 型座席 20 列 (床有り) に対する 2 次元の計算値: (a) 座席 No. 10 での周波数応答, — 剛な場合の結果, - - - 両面を吸音, ..... 表側のみ吸音, 座席面の反射係数  $R = 0.9 \exp(i\pi/8)$ , (b) 破線で示された三角波入力に対する過渡応答波形

### 3.3 3次元の計算結果

前節では2次元の積分方程式を解きいくつかの検討を行った。そこでは2次元である故に計算時間も非常に短縮される利点のある反面、Sessler らの模型実験との比較ではおおよその傾向は予測できているものの、細部まで正確に予測できているとは言えない。また、2次元の計算では座席の横幅や隣との座席の隙間の影響などは考慮することができない。以下では、3次元の計算と著者の行った実験との比較、座席の横幅の影響、隣接する座席間の隙間の影響等に関して考察する。

#### 3.3.1 模型実験による検証

座席幅も含めた3次元の計算の有効性を検討するため、I型及びL型座席形状で床のある場合について1/10スケールモデルで実験を行い比較した。座席部分は横幅が90cmの2.5mm厚鉄板で構成し、また、音源にはタングステン電極を接触させることによる放電パルスを用いた。応答波形は1/4インチコンデンサーマイクロフォン(B&K 4135)で受音し、ウェーブメモリに0.01msecのサンプリングタイムで収録した後、時間応答波形に時間窓をかけ、波形処理によって周波数特性を求めた。なお、放電パルス波形は再現性がないため、音源波形監視用として、反射波の影響の無い位置にマイクロフォンを更に設置した。座席は剛な薄板と仮定し、両面のポテンシャル差は第1種積分方程式(2.8)を解くことにより、また空間の点のポテンシャルは(2.1)により求めている。

図3.12はI型座席形状の場合の実験結果であり、実際の縮尺に直して表示している。破線は実験結果、実線は積分方程式による計算結果である。また、図3.13はL型の場合の結果を示している。計算値には細かな変動が見られるものの実験値と良好な一致を示しており、有用であることが確かめられたと考えられる。2次元における計算値(図3.7, 3.8)とも比較してみると、3次元では周波数特性の変動が全体に小さくなっていることがわかる。

#### 3.3.2 座席幅、着席した人等の影響について

3次元の計算で座席の幅や、隣接する座席間に隙間を与えた場合、また、人が座ったときなど、音場が実際にどの程度変化するのかについては、従来の文献の中には述べられていない。以下では、これらについて計算及び実験を行った結果を報告する。

##### 座席幅の影響

図3.14はI型座席において、横幅が3m及び6mの時の計算例である。周波数特性において、110Hz、150Hz付近に横幅の影響と見られる差が現れているが、横幅が長くなれば相対的にレベル変動が小さくなり、変動自体も複雑になることが認められる。このことは、図3.10で示したSesslerらの実験と2次元の計算の比較において、3次元で計算を行えば更によい一致が得られることを示している。実際には、ステージも含めた計算は膨大となり、ここでは行っていない。

##### 隣接する座席間の隙間の影響

通常、横方向の座席の間には0.05~0.1m程度の隙間があり、計算によってその影響を調べた。図3.15は、幅0.5m高さ0.76mの平板を座席の背もたれとみたと、0.1mの隙間をとって横9個で前後10列並べたとき、座席No. 10の位置での周波数応答を3次元の計算で求めたものである(点線)。ただし、床は考慮していない。また、その隙間を埋めたときの応答を実線で示している。隙間の有無

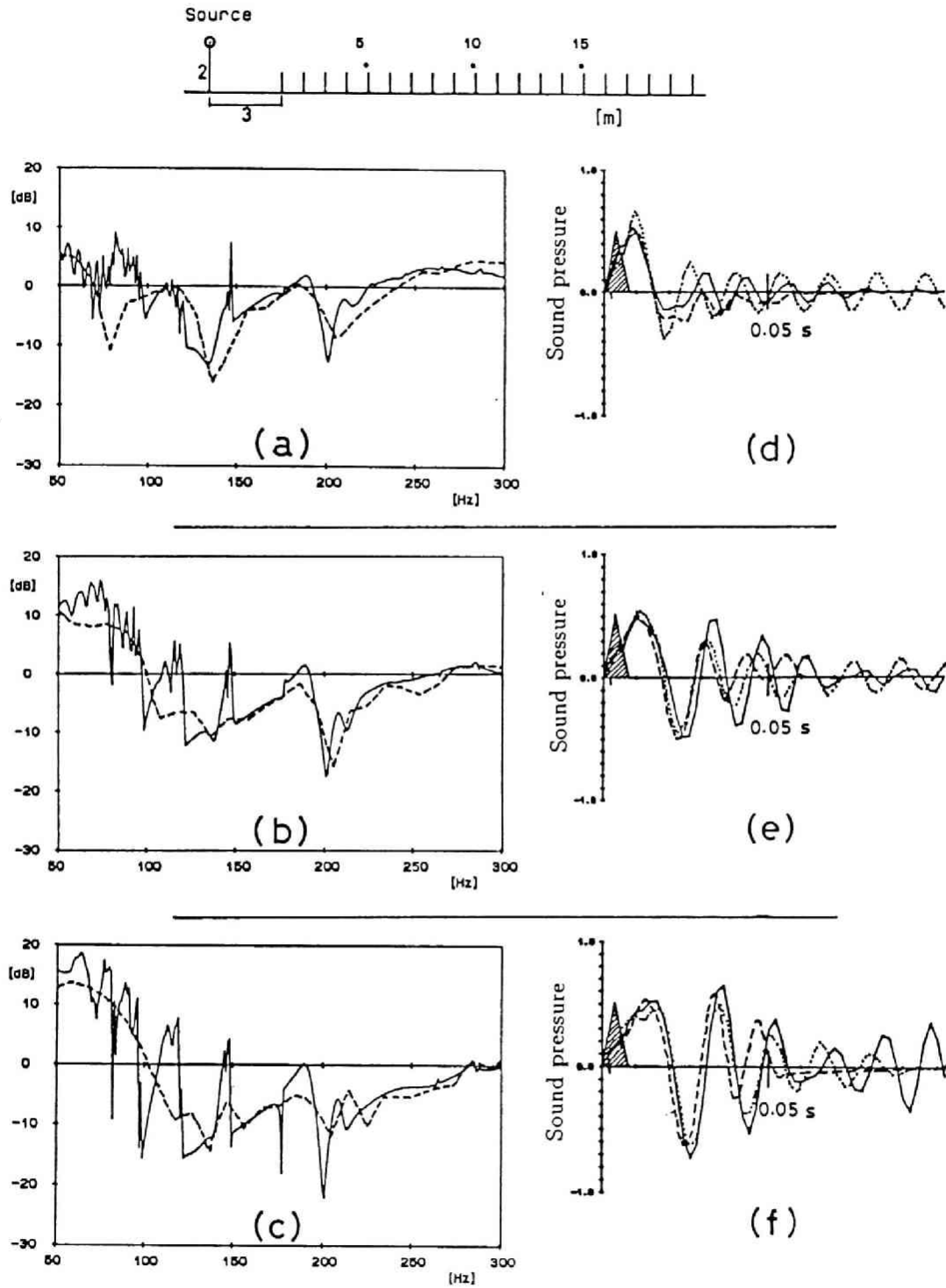


図 3.12: 平坦な剛床上に配置した I 型座席列 (幅 9 m) による音場: (a) 座席 No. 5, (b) No.10, (c) No.15, ----- 模型による測定値, ————— 3次元の計算値 ( $3 \times 20 \times 36$  要素); (d)(e)(f) は周波数応答に対応する過渡応答波形 (斜線で示した三角波入力に対する応答), ————— 計算値, ----- 測定値, ..... 2次元の計算より求めたもの (図 3.7 参照)

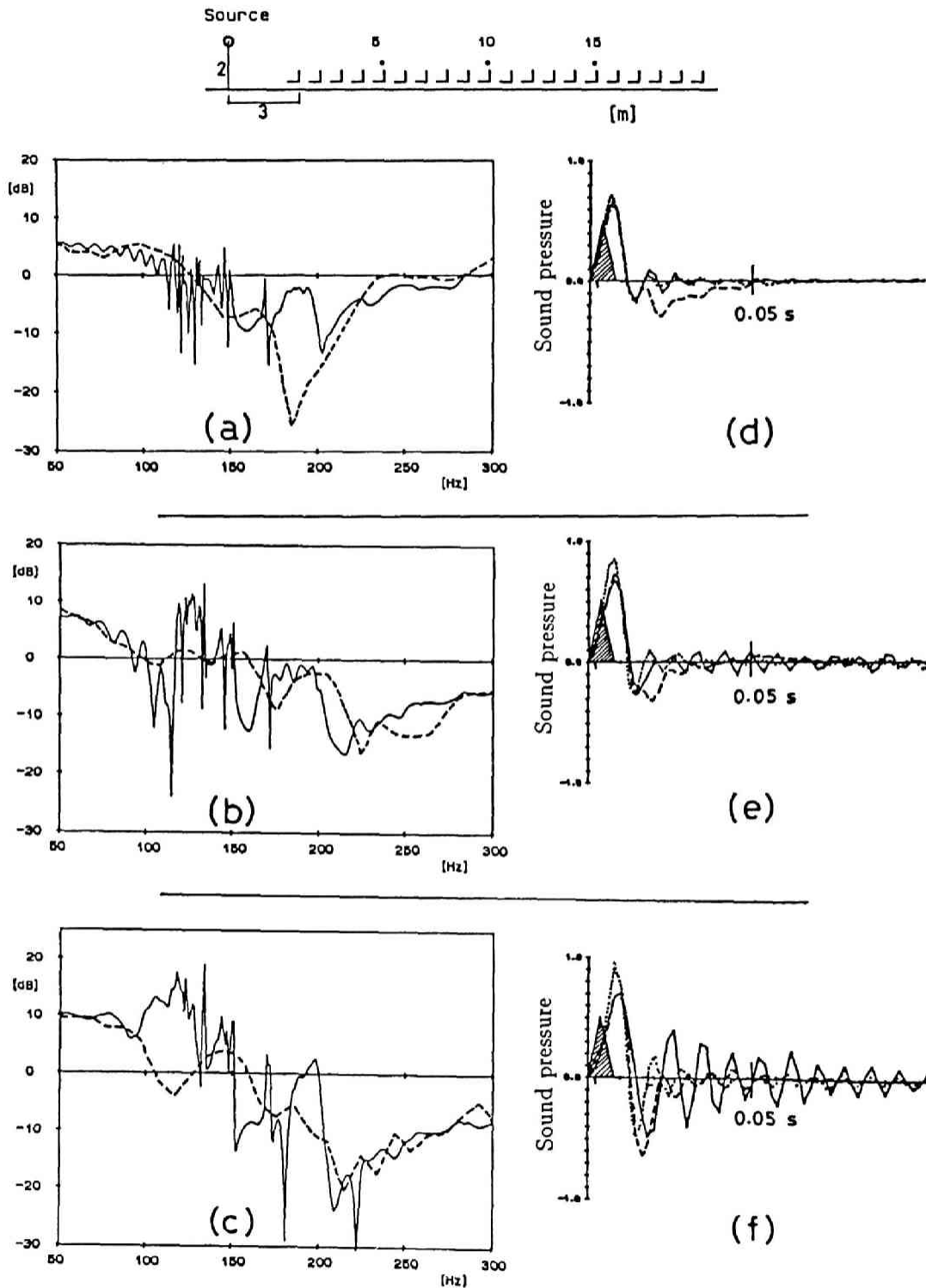


図 3.13: 平坦な剛床の上に配置した L 型座席列 (幅 9 m) による音場: (a) 座席 No. 5, (b) No.10, (c) No.15, ----- 模型による測定値, ————— 3次元の計算値 ( $(2+2) \times 20 \times 36$  要素); (d)(e)(f) は周波数応答に対応する過渡応答波形 (斜線で示した三角波入力に対する応答), ————— 計算値, ----- 測定値, ..... 2次元の計算より求めたもの (図 3.8 参照)

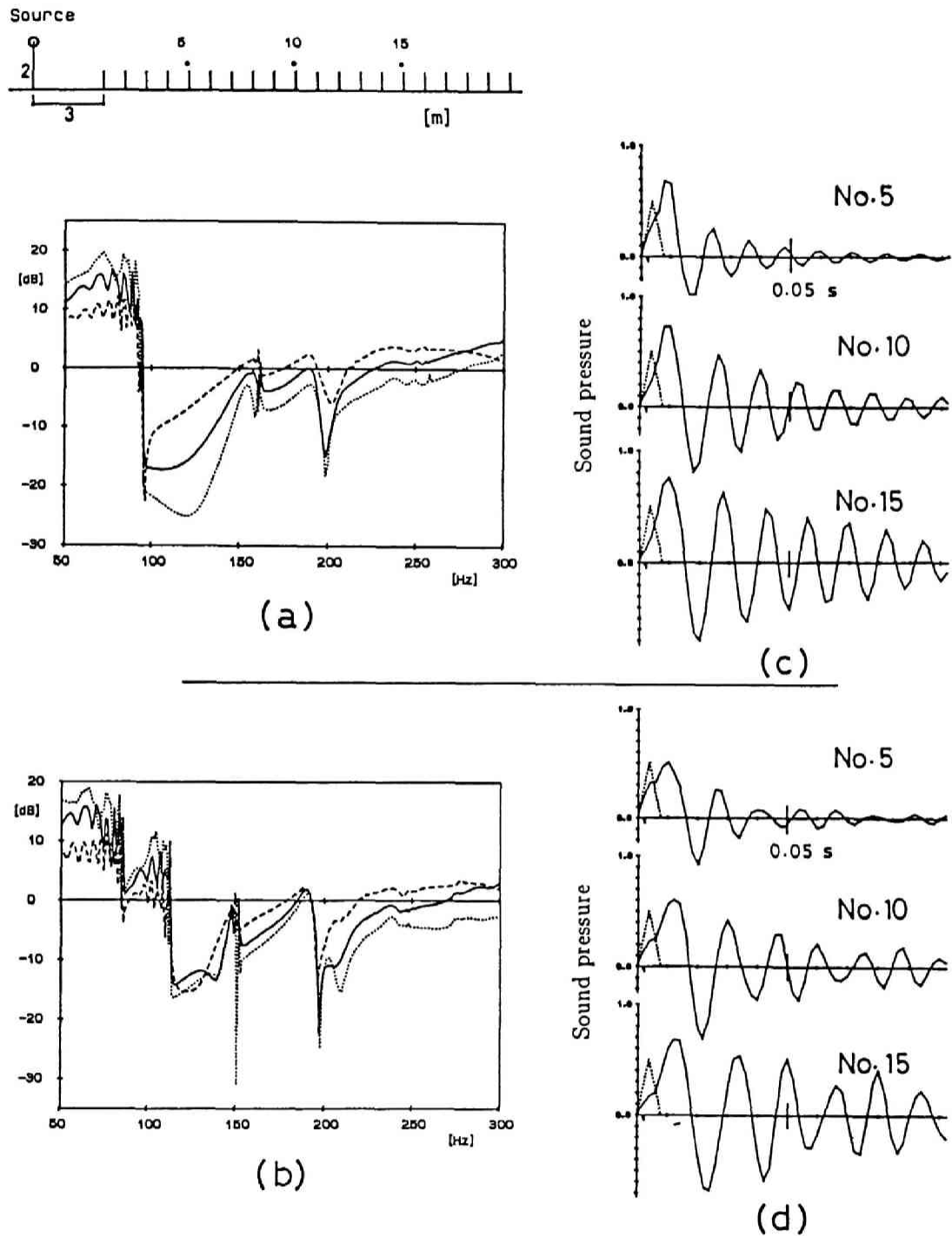


図 3.14: 座席の横幅の違いによる周波数応答の変化 (I 型座席列, 床有り): (a) 幅 3 m, (b) 幅 6 m, ----- 座席 No.5, — No.10, ..... No.15; (c)(d) は周波数応答に対応する過渡応答波形 (点線で示した三角波入力に対する応答)



による差を見れば、隙間から背後に回り込む音が干渉していくつもの dip が現れており、非常に複雑な音場となっている。なお、以下では周波数応答のみを示す。

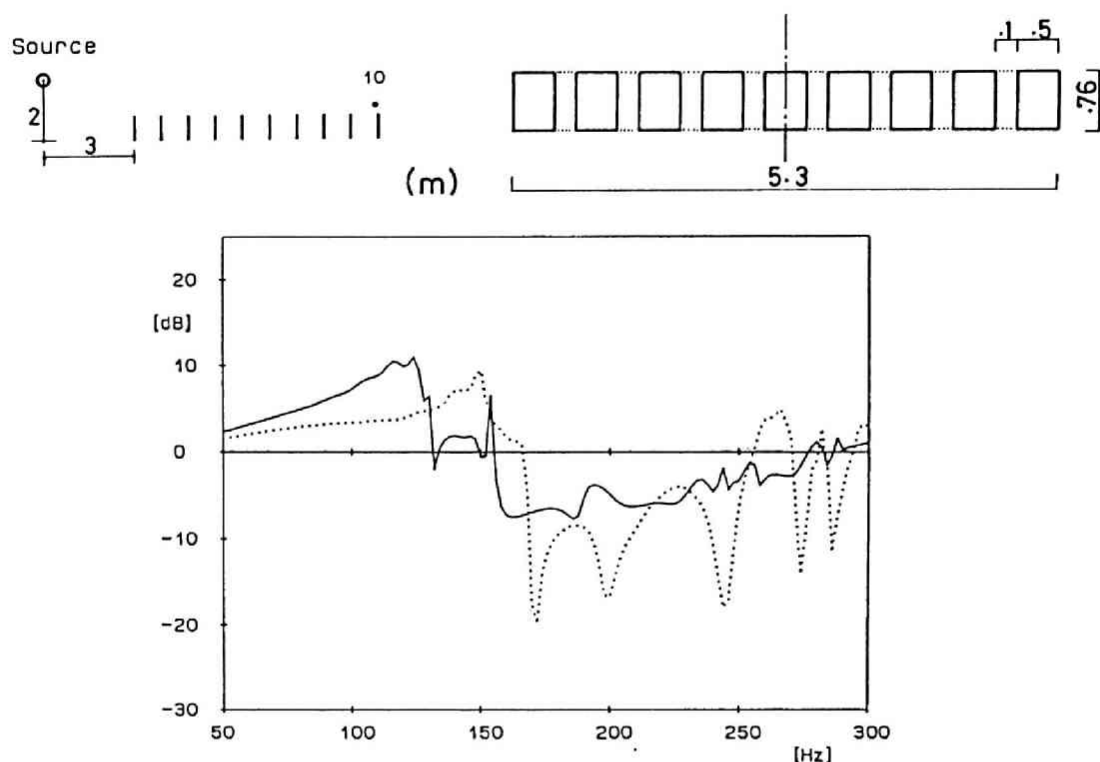


図 3.15: 隣接する座席間の隙間の影響: 座席 No. 10 で比較, — 隙間無し, ..... 隙間有り

### 水平方向入射角による差について

これまでの計算は音源及び受音点がセンターライン上にある場合を扱っており、水平方向の入射角が直角であった。音源がセンターラインを離れ、音線が座席列に対して斜めに横切って伝搬するときの周波数応答を計算によって求め、直角に伝搬する場合の結果と比較した。計算は I 型座席列 20 列で床の無い状態に関するもので、図 3.16 のごとく音源位置が  $S_1$ ,  $S_2$  の 2 カ所について行っている。この計算例では入射角に大きな差がないためと思われるが、周波数応答においても顕著な差は見られない。

### 着席した人の影響について

Schultz & Watters [69] が Montréal の La Grande Salle において、Montréal オーケストラの楽団員が聴衆となり測定した結果では、聴衆の存在は低域での超過減衰に対してわずかな影響しか与えていない。この測定では、ホール中央付近に置かれたマイクロフォンに対し、それより前方の座席 8 列に 12 人ずつ着席した場合、および後方の座席 8 列に 12 人ずつ着席した場合の 2 つのケースの結果である。得られた結果は概ね妥当なものと思われるが、本研究においても聴衆の有無の影響を確かめるため、1/10 L 型模型座席に、発泡スチロールで作成した人形（胴体より上）を 8 体ずつ全座席に並べ周波数応答を調べた。ここでは剛で平坦な床の上に L 型座席 18 列とステージ部を設け、先に行った実験と同じ方法を用いている。

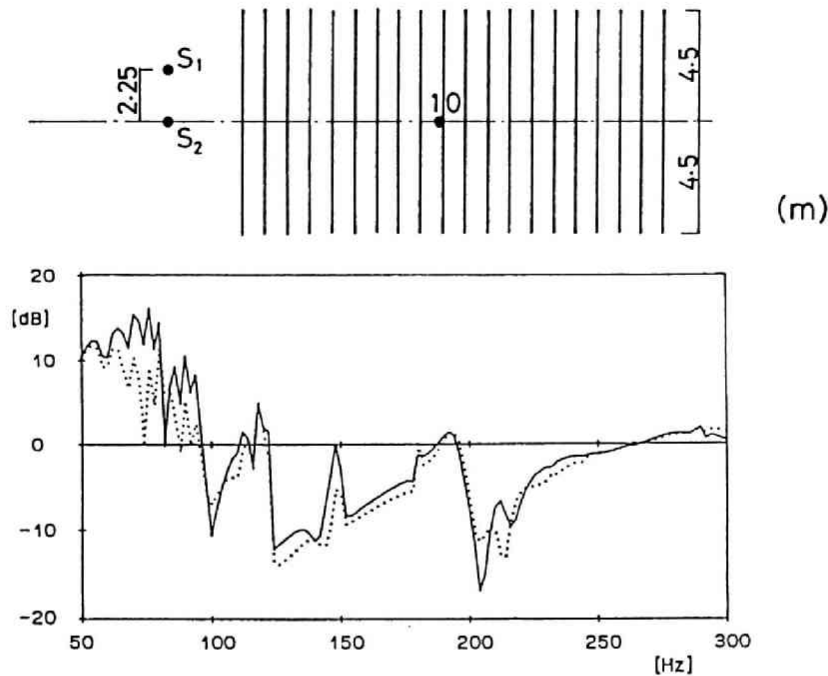


図 3.16: 水平方向入射角による周波数応答の差: 座席 No. 10 で比較, ..... 音源  $S_1$ ,  
 ——— 音源  $S_2$

図 3.17 は座席 No. 10 において、聴衆（人形）の有無による周波数応答の測定結果を示している。実線は座席のみの場合、破線は人形を並べたときの結果である。両者は 200 Hz 付近でディップの現れ方に差が見られるが全体の周波数特性に大きな変化は生じていないことがわかる。

### 3.4 本章のまとめ

本章では、座席を薄板で構成されているものと見なし、積分方程式により 2 次元、3 次元における計算を行って、従来得られている結果並びに模型実験による結果と比較検討を行った。このとき 2 次元の計算において現れる特異核の積分法についても、3 次元で用いたものと同様の方法で処理できることを示した。

2 次元の円筒波に対する計算では、積分方程式の数値解法において、元数が著しく減少するため計算時間が非常に短縮されるが、計算結果を実際の測定によるものと比較した場合、低域の周波数特性において両者は似た傾向を与えるものの、超過減衰の量は 2 次元の計算結果では非常に大きく現れており、特に剛な床の上に設置した場合に顕著になる。また 2 次元において、実際の座席面の持つ程度の吸音率を与えて計算を行った場合、周波数特性に大きな変化は現れないことが示された。

一方、3 次元の球面波に対する計算では、1/10 縮尺模型実験と比較を行い、良い一致が得られることを確かめた。このように行った空席時の座席のみに対する計算が、人が着席した場合も妥当か否かを確かめるため、模型実験によって影響を調べたが、周波数特性に大きな変化は現れず、Schultz らの実測結果とほぼ同様の結果となった。また、ステージ上で音源位置を変化させた場合の影響及び隣合う座席の間隙の影響を計算によって調べた結果、音源位置の多少の変化はあまり大きく影響しないこと、座席の間隙は無い方が望ましい結果となることが確かめられた。

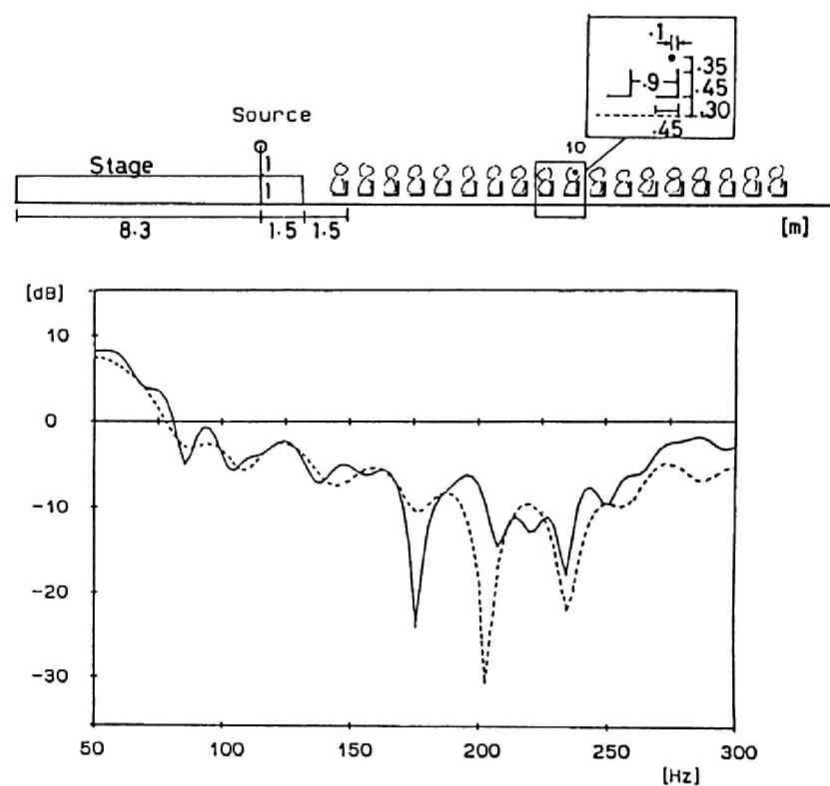


図 3.17: 人形の有無による周波数応答の変化 (模型実験): 剛床上の L 型座席 18 列, 座席 No. 10 で比較, ——— 座席のみ, ..... 発泡スチロール製人形を配置

このように積分方程式を用いる方法は、実際の座席に合わせて柔軟に対応して計算が行える。なお、数値計算において特性が大きく変動している付近の周波数では、積分方程式を近似した連立一次方程式の係数行列式の値が非常に小さくなっており、安定な解が得られていないようである。この問題は数値計算を倍精度で行っても、また連立一次方程式の解を反復修正して改良しても解決されなかった。今後の検討課題としたい。



## Part II

### 過渡音圧応答



## Chapter 4

### 過渡応答の関係式

第 I 部では、周期的定常音場に対して Green の公式より導いた積分方程式、特に法線微分形である NDF を用いて解析を行い、その有効性を明らかにしてきた。以下では過渡音場の解析手法について検討を行う。過渡音場は周期的定常の結果から逆 Fourier 変換によって求めることも可能であるが、数値計算上は多大の労力を要し、また、内部固有周波数で一意な解が求められないなどの問題もある。

Mitzner [75] は既に、周期的定常において用いた積分公式を逆 Fourier 変換して得られる Kirchhoff の公式を用いて、滑らかな表面をもつ 3 次元物体の散乱を扱っており、また、Friedman and Shaw [76] [77][78] は平面波のシリンダーによる散乱を 2 次元的に解析している。一方、寺井 [79] [6] [7] は Kirchhoff の公式の数値計算法や音源波形の与え方について検討を加え、立方体室の応答計算を行って良好な結果を得ている。しかしこれらの解析方法では、厚みのない板による音場などが扱えないという欠点をもっている。ここでは主に法線微分形から導いた積分方程式 (NDF) を直接解くことにより、過渡音場を予測する方法について検討するとともに、従来から用いられている積分方程式 (BF) の数値的な扱いについても考察する。

#### 4.1 Kirchhoff の公式とその微分形

周期的定常の関係式は (1.16) (1.17) より

$$\begin{aligned}\Phi_D(P_s, P, \omega) + \iint_{F+\Sigma} \left\{ \Phi(q, \omega) \frac{\partial G(P, q)}{\partial n_q} - \frac{\partial \Phi(q, \omega)}{\partial n_q} G(P, q) \right\} dS_q &= \Phi(P, \omega) \quad (P \in \Omega) \quad (4.1) \\ &= 0 \quad (P \in \Omega_i) \quad (4.2)\end{aligned}$$

である (図 1.1 参照)。周波数の関数であることを示すため、ここでは特に角周波数  $\omega$  を記入している。

Fourier 変換公式は

$$\varphi(P, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(P, \omega) \exp(i\omega t) d\omega \quad (4.3)$$

$$\Phi(P, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(P, t) \exp(-i\omega t) dt \quad (4.4)$$

であるから、(4.1) あるいは (4.2) を (4.3) に代入し積分の順序を交換すると

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_D(P_s, P, \omega) \exp(i\omega t) d\omega +$$



$$\begin{aligned}
& \frac{1}{4\pi} \iint dS_q \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \Phi(q, \omega) \frac{\partial}{\partial n_q} \left\{ \frac{\exp(i\omega(t - r_{Pq}/c))}{r_{Pq}} \right\} \frac{\partial \Phi(q, \omega)}{\partial n_q} \frac{\exp(i\omega(t - r_{Pq}/c))}{r_{Pq}} \right\} d\omega \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_D(P_s, P, \omega) \exp(i\omega t) d\omega + \\
& \frac{1}{4\pi} \iint dS_q \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \Phi(q, \omega) \left\{ \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r_{Pq}} \right) - \frac{i\omega}{cr_{Pq}} \frac{\partial r_{Pq}}{\partial n_q} \right\} \exp(i\omega(t - r_{Pq}/c)) \right. \\
& \quad \left. - \frac{\partial \Phi(q, \omega)}{\partial n_q} \frac{\exp(i\omega(t - r_{Pq}/c))}{r_{Pq}} \right\} d\omega \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(P, \omega) \exp(i\omega t) d\omega \quad (P \in \Omega) \tag{4.5} \\
&= 0 \quad (P \in \Omega_i) \tag{4.6}
\end{aligned}$$

と表せる。従って (4.3) の関係から

$$\begin{aligned}
\varphi_D(P_s, P, t) + \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma+F} \left\{ [\varphi] \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r_{Pq}} \right) - \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right] \frac{1}{cr_{Pq}} \frac{\partial r_{Pq}}{\partial n_q} - \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial n_q} \right] \frac{1}{r_{Pq}} \right\} dS_q \\
= \varphi(P, t) \quad (P \in \Omega) \tag{4.7}
\end{aligned}$$

$$= 0 \quad (P \in \Omega_i) \tag{4.8}$$

が得られる。ただし、 $[ ]$  は遅延値を表わし、例えば  $[\varphi] = \varphi(q, t - r/c)$  である。 $\varphi_D$  は点音源  $P_s$  からの直接波で

$$\varphi_D(P_s, P, t) = \frac{f(t - d/c)}{d} \tag{4.9}$$

で表わされる。(4.7) (4.8) は Kirchhoff の公式と呼ばれている。なお、波数が複素数  $k_e$  で表される  $\Omega_i$  内の音場に関しては、通常 Kirchhoff の式で表すことができない。

(4.7) (4.8) を空間の点  $P$  で  $n_p$  方向に微分して得られる関係式は

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \varphi_D(P_s, P, t)}{\partial n_p} + \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma+F} \left\{ [\varphi] \frac{\partial^2}{\partial n_p \partial n_q} \left( \frac{1}{r_{Pq}} \right) - \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right] \left( \frac{1}{c} \frac{\partial r_{Pq}}{\partial n_p} \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r_{Pq}} \right) + \frac{1}{cr_{Pq}} \frac{\partial^2 r_{Pq}}{\partial n_p \partial n_q} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{1}{c} \frac{\partial r_{Pq}}{\partial n_q} \frac{\partial}{\partial n_p} \left( \frac{1}{r_{Pq}} \right) \right) + \left[ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \right] \frac{1}{c^2 r_{Pq}} \frac{\partial r_{Pq}}{\partial n_q} \frac{\partial r_{Pq}}{\partial n_p} - \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial n_q} \right] \frac{\partial}{\partial n_p} \left( \frac{1}{r_{Pq}} \right) + \left[ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial n_q \partial t} \right] \frac{1}{cr_{Pq}} \frac{\partial r_{Pq}}{\partial n_p} \right\} dS_q \\
&= \frac{\partial \varphi(P, t)}{\partial n_p} \quad (P \in \Omega) \tag{4.10}
\end{aligned}$$

$$= 0 \quad (P \in \Omega_i) \tag{4.11}$$

となる。

一方、 $P$  を面上の点  $p$  へ収束させたときに得られる積分方程式はそれぞれ

$$\begin{aligned}
\varphi_D(P_s, p, t) + \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma+F} \left\{ [\varphi] \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) - \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right] \frac{1}{cr_{pq}} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_q} - \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial n_q} \right] \frac{1}{r_{pq}} \right\} dS_q \\
= \frac{1}{2} \varphi(p, t) \quad [\mathbf{BF}] \tag{4.12}
\end{aligned}$$

及び

$$\frac{\partial \varphi_D(P_s, p, t)}{\partial n_p} + \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma+F} \left\{ [\varphi] \frac{\partial^2}{\partial n_p \partial n_q} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) - \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right] \left( \frac{1}{c} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_p} \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) + \frac{1}{cr_{pq}} \frac{\partial^2 r_{pq}}{\partial n_p \partial n_q} \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{c} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_q} \frac{\partial}{\partial n_p} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) + \left[ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \right] \frac{1}{c^2 r_{pq}} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_q} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_p} - \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial n_q} \right] \frac{\partial}{\partial n_p} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) + \left[ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial n_q \partial t} \right] \frac{1}{c r_{pq}} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_p} \} dS_q \\
& = \frac{1}{2} \frac{\partial \varphi(p, t)}{\partial n_p} \quad [\text{NDF}]
\end{aligned} \tag{4.13}$$

となる。なお、周期的定常の場合と同様 (4.12) を BF, (4.13) を NDF と呼ぶ。

本論文では数値計算において、時刻 0 より音が出始めるような音源波形

$$\varphi_D(P, p, t) = \frac{g(t - r_{P,p}/c)}{r_{P,p}}, \quad g(t) = t^2 H(t) \tag{4.14}$$

を与えるが、Friedman, Shaw [76][77][78] は (4.7) を導くのに、時間を含む 4 次元の Green の公式を利用し、積分領域が波面の広がりとともに変化してゆくことに起因する付加的な項が生じることを示している。ここでは、積分領域の先端で 0 となるような音源波形 (4.14) を与えるため、この付加的な項は特に考慮していない。

これらの BF あるいは NDF の積分方程式において、表面  $F$  及び境界  $\Sigma$  が Locally reactive と近似できれば  $[\partial \varphi / \partial n]$  は Admittance の時間関数で表わされる。即ち、 $U(\omega)$  を粒子速度の法線方向成分、 $P(\omega)$  を音圧、 $A(\omega)$  を Admittance とすると  $U(\omega)$  は

$$U(\omega) = A(\omega)P(\omega) \tag{4.15}$$

と表わされるから、

$$\begin{aligned}
u(t) &= \int_0^t a(t - \tau) p(\tau) d\tau \\
&= \rho \int_0^t a(t - \tau) \frac{\partial \varphi(\tau)}{\partial t} d\tau \\
&= \frac{\partial \varphi(t)}{\partial n}
\end{aligned} \tag{4.16}$$

となる。ただし、 $a(t)$  は  $A(\omega)$  の逆ラプラス変換である。(4.16) の関係を BF 及び NDF の積分方程式に代入すれば境界で Admittance が与えられた場合の音場を求めることが出来る。

## 4.2 特異核を含む積分の評価

境界上のポテンシャル分布の計算に BF(4.12) を用いる場合、通常 node は分割された要素のコーナーやエッジ上を取って解かれる。このとき特異点を含む積分の評価は、被積分関数の最初の 2 項は  $\cos(n, r) = 0$  を含むので考慮しなくてよい。問題となるのは粒子速度項を含む第 3 項目であり、文献 [79][6][7] では分布を直線近似して評価する方法が述べられている。

一方、NDF(4.13) を用いる場合には、1.3 節で述べたように、node を要素中心に取って解くことが実用上有利であり、特異点を含む要素の評価は過渡応答の場合にも、各要素上でポテンシャル分布が一樣で時間のみの関数であると近似することにより、周期的定常で行ったのと同様に線積分で評価できることを以下で示す。

特異点  $p$  から  $\varepsilon$  だけ離れた領域内の点  $P$  において、 $p$  を中心とする要素上にとった半径  $r_a$  の小円  $\sigma_p$  の領域 (図 4.1) 上で、(4.13) の積分項の評価を考える。各法線微分は具体的に

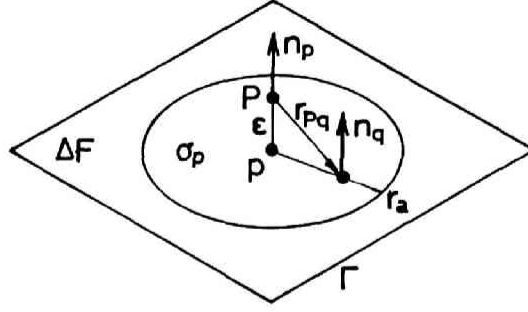


図 4.1: 特異積分の評価

$$\frac{\partial r_{Pq}}{\partial n_q} = \cos(r_{Pq}, n_q) = -\frac{\varepsilon}{r_{Pq}} \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial r_{Pq}}{\partial n_p} = -\cos(r_{Pq}, n_p) = \frac{\varepsilon}{r_{Pq}} \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r_{Pq}} \right) = -\frac{\cos(r_{Pq}, n_q)}{r_{Pq}^2} = \frac{\varepsilon}{r_{Pq}^3} \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial}{\partial n_p} \left( \frac{1}{r_{Pq}} \right) = \frac{\cos(r_{Pq}, n_p)}{r_{Pq}^2} = -\frac{\varepsilon}{r_{Pq}^3} \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial^2 r_{Pq}}{\partial n_p \partial n_q} = \frac{1}{r_{Pq}} \cos(r_{Pq}, n_p) \cos(r_{Pq}, n_q) - \frac{1}{r_{Pq}} \cos(n_p, n_q) = \frac{\varepsilon}{r_{Pq}^3} - \frac{1}{r_{Pq}} \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial n_p \partial n_q} \left( \frac{1}{r_{Pq}} \right) = -\frac{3}{r_{Pq}^3} \cos(r_{Pq}, n_p) \cos(r_{Pq}, n_q) + \frac{1}{r_{Pq}^3} \cos(n_p, n_q) = -\frac{3}{r_{Pq}^5} + \frac{1}{r_{Pq}^3} \quad (4.22)$$

と表せる。簡単のため、 $r_{Pq}$  は単に  $r$  で表し、これらを (4.13) の積分項に代入し、整理して部分積分を行うと

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi} \iint_{\sigma_p} \left\{ \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \left( \frac{1}{r^3} - \frac{3\varepsilon^2}{r^5} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \left( \frac{1}{cr^2} - \frac{3\varepsilon^2}{cr^4} \right) - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{\varepsilon^2}{c^2 r^3} \right. \\ & \quad \left. + \frac{\partial}{\partial n_q} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{\varepsilon}{r^2} + \frac{\partial^2}{\partial t \partial n_q} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{\varepsilon}{cr} \right\} dr d\theta \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \varphi \left( t - \frac{r_a}{c} \right) \left( \frac{3\varepsilon^2}{r_a^3} - \frac{1}{r_a} \right) - \varphi \left( t - \frac{\varepsilon}{c} \right) \left( \frac{2}{\varepsilon} \right) + \int_{\varepsilon}^{r_a} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \left( \frac{9\varepsilon^3}{r^4} - \frac{1}{r^2} \right) dr \right. \\ & \quad \left. + \int_{\varepsilon}^{r_a} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \left( -\frac{3\varepsilon^2}{r^4} + \frac{1}{r^2} \right) dr + \frac{\partial}{\partial t} \varphi \left( t - \frac{r_a}{c} \right) \frac{\varepsilon^2}{cr_a^2} - \frac{\partial}{\partial t} \varphi \left( t - \frac{\varepsilon}{c} \right) \frac{1}{c} \right. \\ & \quad \left. - \varphi \left( t - \frac{r_a}{c} \right) \frac{2\varepsilon^2}{r_a^3} + \varphi \left( t - \frac{\varepsilon}{c} \right) \left( \frac{2}{\varepsilon} \right) - \int_{\varepsilon}^{r_a} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{6\varepsilon^3}{r^4} dr - \frac{\partial}{\partial n_q} \varphi \left( t - \frac{r_a}{c} \right) \frac{\varepsilon}{r_a} \right. \\ & \quad \left. - \frac{\partial}{\partial n_q} \varphi \left( t - \frac{\varepsilon}{c} \right) \right\} \\ &= -\frac{1}{2} \left\{ \varphi \left( t - \frac{r_a}{c} \right) \frac{1}{r_a} + \frac{\partial}{\partial t} \varphi \left( t - \frac{\varepsilon}{c} \right) \frac{1}{c} - \frac{\partial}{\partial n_q} \varphi \left( t - \frac{\varepsilon}{c} \right) \right\} \quad (4.23) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $\varepsilon \rightarrow 0$  の極限をとると

$$\begin{aligned} & \lim_{P \rightarrow p} \frac{1}{4\pi} \iint_{\sigma_p} \left\{ [\varphi] \frac{\partial^2}{\partial n_p \partial n_q} \left( \frac{1}{r_{Pq}} \right) - \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right] \left( \frac{1}{c} \frac{\partial r_{Pq}}{\partial n_p} \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r_{Pq}} \right) + \frac{1}{cr_{Pq}} \frac{\partial^2 r_{Pq}}{\partial n_p \partial n_q} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{1}{c} \frac{\partial r_{Pq}}{\partial n_q} \frac{\partial}{\partial n_p} \left( \frac{1}{r_{Pq}} \right) \right) + \left[ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \right] \frac{1}{c^2 r_{Pq}} \frac{\partial r_{Pq}}{\partial n_q} \frac{\partial r_{Pq}}{\partial n_p} - \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial n_q} \right] \frac{\partial}{\partial n_p} \left( \frac{1}{r_{Pq}} \right) + \left[ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial n_q \partial t} \right] \frac{1}{cr_{Pq}} \frac{\partial r_{Pq}}{\partial n_p} \right\} dS_q \end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{2} \left\{ \varphi \left( t - \frac{r_a}{c} \right) \frac{1}{r_a} + \frac{\partial}{\partial t} \varphi(t) \frac{1}{c} - \frac{\partial \varphi(t)}{\partial n_p} \right\} \quad (4.24)$$

となる。また、要素が矩形  $\Delta F$  の場合には縁辺を  $\Gamma$  とすると

$$\begin{aligned} \lim_{P \rightarrow p} \frac{1}{4\pi} \iint_{\Gamma} \left\{ [\varphi] \frac{\partial^2}{\partial n_p \partial n_q} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) - \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right] \left( \frac{1}{c} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_p} \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) + \frac{1}{c r_{pq}} \frac{\partial^2 r_{pq}}{\partial n_p \partial n_q} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{c} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_q} \frac{\partial}{\partial n_p} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) \right) + \left[ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \right] \frac{1}{c^2 r_{pq}} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_q} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_p} - \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial n_q} \right] \frac{\partial}{\partial n_p} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) + \left[ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial n_q \partial t} \right] \frac{1}{c r_{pq}} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_p} \right\} dS_q \\ = -\frac{1}{2} \left\{ \int_{\Gamma} \varphi \left( t - \frac{r(\phi)}{c} \right) \frac{1}{r(\phi)} d\phi + \frac{\partial}{\partial t} \varphi(t) \frac{1}{c} - \frac{\partial \varphi(t)}{\partial n_p} \right\} \end{aligned} \quad (4.25)$$

となる。なお、(4.24) (4.25) の最後の項  $\frac{1}{2} \frac{\partial \varphi(t)}{\partial n_p}$  は一重層ポテンシャルの導関数が境界上で不連続になることによる跳びであり、既に (4.13) の右辺に含まれているものである。この式は周期的定常の場合の式 (1.38) に対応する。

特異性のない他の要素からの積分も、各時刻でポテンシャルが一様とすると以下に示すように線積分表示が可能である。

図 4.2 のように、ある要素を  $M$ 、その縁辺を  $\Gamma_M$  とし、 $M$  を含む平面を  $F_M$  とする。点  $p$  から  $F_M$  に下ろした長さ  $Z_p$  の垂線の足を  $O'$  とすると、BF(4.12) の積分中最初の 2 項は

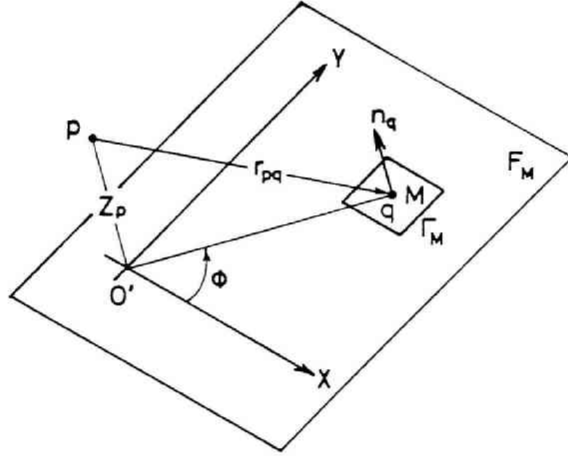


図 4.2: 特異点を含まない BF の積分の評価

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi} \iint_M \left\{ \varphi \left( t - \frac{r_{pq}}{c} \right) \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) - \frac{\partial}{\partial t} \varphi \left( t - \frac{r_{pq}}{c} \right) \frac{1}{c r_{pq}} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_q} \right\} dS_q \\ &= -\frac{Z_p}{4\pi} \iint_M \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \varphi \left( t - \frac{r(\phi)}{c} \right) \frac{1}{r(\phi)} \right\} dr d\phi \\ &= -\frac{Z_p}{4\pi} \left\{ \oint_{\Gamma_M} \varphi \left( t - \frac{r(\phi)}{c} \right) \frac{1}{r(\phi)} d\phi - \frac{2\pi}{|Z_p|} \varepsilon \varphi \left( t - \frac{|Z_p|}{c} \right) \right\} \end{aligned} \quad (4.26)$$

となる。ただし、 $\varepsilon$  は  $O'$  が  $M$  の内部の時 1、外部で 0、縁辺上では  $O'$  が  $M$  に張る角度の割合となる。また、積分の最後の項は

$$\frac{1}{4\pi} \iint_M \frac{\partial}{\partial n_q} \varphi \left( t - \frac{r_{pq}}{c} \right) \frac{1}{r_{pq}} dS_q$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{c}{4\pi} \iint_M \frac{\partial}{\partial \tau} \left\{ \int_0^{t-\tau/c} \frac{\partial \varphi(\tau)}{\partial n_q} d\tau \right\} dr d\phi \\
&= -\frac{c}{4\pi} \oint_{\Gamma_M} d\phi \int_0^{t-\tau/c} \frac{\partial \varphi(\tau)}{\partial n_q} d\tau + \frac{c}{2} \varepsilon \int_0^{t-|Z_p|/c} \frac{\partial \varphi(\tau)}{\partial n_q} d\tau
\end{aligned} \quad (4.27)$$

と変換される。

NDF(4.13) の積分項では、最後の 2 項を除いた  $[\varphi]$ ,  $[\partial \varphi / \partial t]$ ,  $[\partial^2 \varphi / \partial t^2]$  を含む項の要素  $M$  に対する積分を考える (図 4.3)。

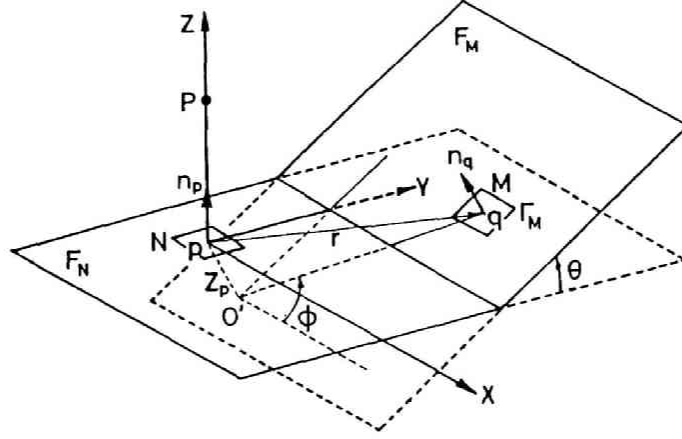


図 4.3: 特異点を含まない NDF の積分の評価

簡単のため、 $r_{pq}$  を単に  $r$  とおき、以下の関係

$$\begin{aligned}
\frac{\partial_2}{\partial n_p \partial n_q} \left( \frac{1}{r} \right) &= -\frac{3}{r^3} \cos(r, n_p) \cos(r, n_q) + \frac{1}{r^3} \cos(n_p, n_q) \\
\frac{\partial_2 r}{\partial n_p \partial n_q} &= \frac{1}{r} \cos(r, n_p) \cos(r, n_q) - \frac{1}{r} \cos(n_p, n_q) \\
\frac{\partial r}{\partial n_p} &= -\cos(r, n_p), \quad \frac{\partial r}{\partial n_q} = -\cos(r, n_q) \\
\frac{\partial}{\partial n_p} \left( \frac{1}{r} \right) &= \frac{\cos(r, n_p)}{r^2}, \quad \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r} \right) = \frac{\cos(r, n_q)}{r^2} \\
\cos(r, n_p) &= \frac{\eta \sin \theta - Z_p \cos \theta}{r}, \quad \cos(r, n_q) = -\frac{Z_p}{r} \\
\cos(n_p, n_q) &= \cos \theta, \quad ds = \frac{r}{\eta} dr d\phi = r dr d\phi
\end{aligned}$$

を考慮すると

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{4\pi} \iint_M \left\{ \varphi \left( t - \frac{r_{pq}}{c} \right) \frac{\partial^2}{\partial n_p \partial n_q} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) - \frac{\partial}{\partial t} \varphi \left( t - \frac{r_{pq}}{c} \right) \left( \frac{1}{c} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_p} \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) + \frac{1}{c r_{pq}} \frac{\partial^2 r_{pq}}{\partial n_p \partial n_q} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{1}{c} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_q} \frac{\partial}{\partial n_p} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) \right) + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varphi \left( t - \frac{r_{pq}}{c} \right) \frac{1}{c^2 r_{pq}} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_q} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_p} \right\} dS_q \\
&= -\frac{Z_p \sin \theta}{4\pi} \int_{x_L}^{x_U} dx \int_{r_L}^{r_U} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{1}{r^3} + \frac{\partial}{\partial t} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{1}{c r^2} \right\} dr
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\cos \theta}{4\pi} \int_{\phi_L}^{\phi_U} d\phi \int_{r_L}^{r_U} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \left( \frac{Z_p^2}{r^3} - \frac{1}{r} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{Z_p^2}{cr^2} \right\} dr \\
= & - \frac{Z_p \sin \theta}{4\pi} \int_{x_L}^{x_U} \left( \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{1}{r^3} + \frac{\partial}{\partial t} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{1}{cr^2} \right) \Big|_{r=r_L}^{r=r_U} dx \\
& + \frac{\cos \theta}{4\pi} \left\{ \oint_{\Gamma_M} \left( \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \left( \frac{Z_p^2}{r^3} - \frac{1}{r} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{Z_p^2}{cr^2} \right) d\phi \right. \\
& \left. - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \varphi \left( t - \frac{|Z_p|}{c} \right) \varepsilon \right\} \tag{4.28}
\end{aligned}$$

を得ることができる。(4.28) で要素  $M$  と  $N$  が一致する場合は  $\varepsilon = 1$ ,  $\theta = 0$ ,  $Z_p = 0$  とおくと (4.25) と同じ結果になる。

線積分への変換は積分中に含まれていた  $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}$  の項がなくなるため、 $\varphi$  の滑らかさに対する制限が多少緩和されることになる。

(4.13) の粒子速度成分を含む最後の 2 項も同様に次式で評価できる。

$$\begin{aligned}
& - \frac{1}{4\pi} \iint_M \left\{ \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial n_q} \right] \frac{\partial}{\partial n_p} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) + \left[ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial n_q \partial t} \right] \frac{1}{cr_{pq}} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_p} \right\} dS_q \\
= & \frac{\sin \theta}{4\pi} \int_{x_L}^{x_U} dx \int_{r_L}^{r_U} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{\partial}{\partial n_q} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{1}{r} \right\} dr \\
& - \frac{Z_p \cos \theta}{4\pi} \int_{\phi_L}^{\phi_U} d\phi \int_{r_L}^{r_U} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{\partial}{\partial n_q} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{1}{r} \right\} dr \\
= & \frac{\sin \theta}{4\pi} \int_{x_L}^{x_U} \left( \frac{\partial}{\partial n_q} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{1}{r} \right) \Big|_{r=r_L}^{r=r_U} dx \\
& - \frac{Z_p \cos \theta}{4\pi} \left\{ \oint_{\Gamma_M} \frac{\partial}{\partial n_q} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{1}{r} d\phi - \frac{2\pi}{|Z_p|} \frac{\partial}{\partial n_q} \varphi \left( t - \frac{|Z_p|}{c} \right) \varepsilon \right\} \tag{4.29}
\end{aligned}$$



## Chapter 5

### 反射板の過渡音圧応答

コンサートホールでは、オーケストラの音を補強したり、反射音を短い時間遅れで客席に返す目的でしばしば「浮雲」と呼ばれる複数個の音響反射板がステージや前部客席の上部に取り付けられることがある。これらは通常透明の亚克力板などの薄い剛板で作られるか、鉄骨の骨組みにパネルを張って構成されており、形状も単なる平板でないことも多い。また、寸法は通常 1 ～ 2 m 程度で、低域における波長と同程度であるため、非常に複雑な反射特性を示す。剛な平板からの反射音の計算には、2.2 節でも触れたように、直接波の当たらない板の裏側でポテンシャルを 0 とする Kirchhoff の近似を行って計算することが多いが、低い周波数では裏側へ回折によって生じるポテンシャル分布が無視できず、複雑な形状の反射板や相互反射のある配列では、この近似を用いることができない。また、上部の天井から客席に到達する反射音に対して、これらの板は回折場も同時に生じさせる。

剛板からの過渡的な反射音場を扱った研究はこれまでに桜井ら [80] [81][82][83] や関口ら [94] のものがあるが、それらは基本的に Kirchhoff の近似から出発しており、面上のポテンシャルを既知のものとして扱うため、線積分に変換して計算が簡単に行えるなどの利点もあるが、相互反射の無視できない複雑な形状の板やそれらの配列による音場では計算が行えない。また、Mitzner [75] や Friedman & Shaw [76][77][78] は Kirchhoff の式により物体まわりの音場を求めているが、薄板に対する記述はなされていない。

本章では、特に任意形状の剛な薄板やそれらの配列による音場を精度よく計算する目的で、2 章で周期的定常の場合に対して用いた第一種積分方程式による方法を過渡音圧応答の計算にも拡張し、手法の有効性について考察する。[5][22][23][24] [25][26][27][28] [29]

#### 5.1 薄板に対する関係式

ここでは、反射板は問題とする周波数の波長に比べて十分薄いものとし、理論的には厚さを無視して扱う。過渡的な球面波の物体による反射・回折場を表す Kirchhoff の式は (4.7) で与えているが、外部問題として考えるから積分領域は  $F$  のみである。

第 2 章の周期的定常に対する扱いと同様に、図 5.1 のごとく、物体の厚さが 0 となった極限を考えると、物体は同一の要素をもつ背中合わせの 2 面  $F_1, F_2$  となり、積分領域  $F$  は  $F_1 + F_2$  と表すことができる。面  $F_2$  における法線を逆向きにとれば、 $F_2$  に対する積分は逆符号となるから

$$4\pi\varphi_D(P_s, P, t) + \iint_{\bar{F}_1} \left\{ [\bar{\varphi}] \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r_{Pq}} \right) - \left[ \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t} \right] \frac{1}{cr_{Pq}} \frac{\partial r_{Pq}}{\partial n_q} - \left[ \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial n_q} \right] \frac{1}{r_{Pq}} \right\} dS_q = 4\pi\varphi(P, t) \quad (P \in \Omega) \quad (5.1)$$



となる。ただし、 $\bar{\varphi} = \varphi_1 - \varphi_2$  で  $\varphi_1, \varphi_2$  は  $F_1, F_2$  上に分布するポテンシャルを表す。従って、空間の音場を求めるには面上におけるポテンシャル差の時間変化を知らなければならない。数値計算では、直接音に (4.14) で示したような波形を用いるため、時刻  $t = 0$  で音波が発生し始めてから波面が球面状に広がって行き、次第に板の表面に影響を及ぼして行くことになる。このため、応答の初期の段階では時間とともに拡大してゆく積分領域を  $\bar{F}_1$  によって表している。波面が板をすべて覆った後は領域  $\bar{F}_1$  は  $F_1$  と等しくなる。

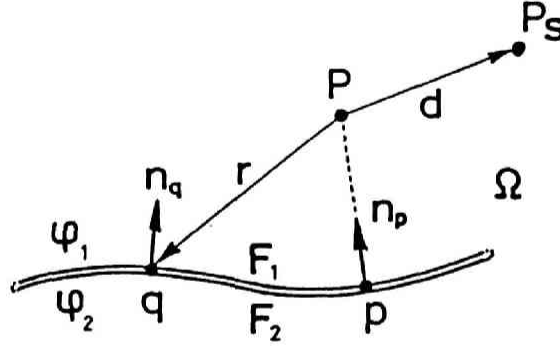


図 5.1: 厚さ 0 の物体

面上で成立する関係式 BF(4.12), NDF(4.13) は、薄板の場合にはそれぞれ

$$\begin{aligned} \varphi_D(P_s, p, t) + \frac{1}{4\pi} \iint_{\bar{F}_1} \left\{ [\bar{\varphi}] \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) - \left[ \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t} \right] \frac{1}{c r_{pq}} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_q} - \left[ \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial n_q} \right] \frac{1}{r_{pq}} \right\} dS_q \\ = \frac{1}{2} \{ \varphi_1(p, t) + \varphi_2(p, t) \} \quad (p \in F_1) \quad [\text{BF}] \end{aligned} \quad (5.2)$$

及び

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_D(P_s, p, t)}{\partial n_p} + \frac{1}{4\pi} \iint_{\bar{F}_1} \left\{ [\bar{\varphi}] \frac{\partial^2}{\partial n_p \partial n_q} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) - \left[ \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t} \right] \left( \frac{1}{c} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_p} \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) + \frac{1}{c r_{pq}} \frac{\partial^2 r_{pq}}{\partial n_p \partial n_q} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{c} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_q} \frac{\partial}{\partial n_p} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) \right) + \left[ \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial t^2} \right] \frac{1}{c^2 r_{pq}} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_q} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_p} - \left[ \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial n_q} \right] \frac{\partial}{\partial n_p} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) + \left[ \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial n_q \partial t} \right] \frac{1}{c r_{pq}} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_p} \right\} dS_q \\ = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial \varphi_1(p, t)}{\partial n_p} + \frac{\partial \varphi_2(p, t)}{\partial n_p} \right\} \quad (p \in F_1) \quad [\text{NDF}] \end{aligned} \quad (5.3)$$

と表すことができる。これらは  $P \rightarrow p \in F_1, F_2$  としたとき、2重層ポテンシャル及び1重層ポテンシャルの導関数の跳びが、両面に対して同時に起こることを考慮して得られる。

剛板の場合には

$$\begin{aligned} \varphi_D(P_s, p, t) + \frac{1}{4\pi} \iint_{\bar{F}_1} \left\{ [\bar{\varphi}] \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) - \left[ \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t} \right] \frac{1}{c r_{pq}} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_q} \right\} dS_q \\ = \frac{1}{2} \{ \varphi_1(p, t) + \varphi_2(p, t) \} \quad (p \in F_1) \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_D(P_s, p, t)}{\partial n_p} + \frac{1}{4\pi} \iint_{\bar{F}_1} \left\{ [\bar{\varphi}] \frac{\partial^2}{\partial n_p \partial n_q} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) - \left[ \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t} \right] \left( \frac{1}{c} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_p} \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) + \frac{1}{c r_{pq}} \frac{\partial^2 r_{pq}}{\partial n_p \partial n_q} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{c} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_q} \frac{\partial}{\partial n_p} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) \right) + \left[ \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial t^2} \right] \frac{1}{c^2 r_{pq}} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_q} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_p} \right\} dS_q = 0 \quad (p \in F_1) \end{aligned} \quad (5.5)$$

となり、面上の値  $\varphi_1, \varphi_2$  は

$$\varphi_1(p, t) = \varphi_D(P_s, p, t) + \frac{\tilde{\varphi}(p, t)}{2} + \frac{1}{4\pi} \iint_{\tilde{F}_1} \left\{ [\varphi] \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) - \left[ \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial t} \right] \frac{1}{cr_{pq}} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_q} \right\} dS_q \quad (5.6)$$

$$\varphi_2(p, t) = \varphi_D(P_s, p, t) - \frac{\tilde{\varphi}(p, t)}{2} + \frac{1}{4\pi} \iint_{\tilde{F}_1} \left\{ [\varphi] \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) - \left[ \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial t} \right] \frac{1}{cr_{pq}} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_q} \right\} dS_q \quad (5.7)$$

と表せる。

また、剛な平板では

$$\varphi_D(P_s, p, t) = \frac{1}{2} \{ \varphi_1(p, t) + \varphi_2(p, t) \} \quad (p \in F_1) \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial \varphi_D(P_s, p, t)}{\partial n_p} + \frac{1}{4\pi} \iint_{\tilde{F}_1} \left\{ [\tilde{\varphi}] \frac{\partial^2}{\partial n_p \partial n_q} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) - \left[ \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial t} \right] \frac{1}{cr_{pq}} \frac{\partial^2 r_{pq}}{\partial n_p \partial n_q} \right\} dS_q = 0 \quad (p \in F_1) \quad (5.9)$$

及び

$$\varphi_1(p, t) = \varphi_D(P_s, p, t) + \frac{\tilde{\varphi}(p, t)}{2} \quad (5.10)$$

$$\varphi_2(p, t) = \varphi_D(P_s, p, t) - \frac{\tilde{\varphi}(p, t)}{2} \quad (5.11)$$

となる。

剛板の場合、解くべき積分方程式 (5.5) は初期には Volterra 型、また、波面が板全体を覆った時点からは Fredholm 型となる。(5.5) 式を数値的に解く上で、ここでは簡単に要素内でポテンシャルが一樣であると近似し、更に時間微分を差分で置き換えることにより、 $\Delta t$  を時間間隔とすると  $i$  ステップ目の時刻  $t_i$  で

$$\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial t} \approx \frac{\tilde{\varphi}(t_i) - \tilde{\varphi}(t_{i-1})}{\Delta t} \quad (5.12)$$

と近似した。(4.25)(4.28) を (5.5) に代入することより、時刻  $t_i$  のポテンシャルはそれ以前に求められた面上の値を用い

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}(p, t_i) = & \tilde{\varphi}(p, t_{i-1}) + 2c\Delta t \frac{\partial \varphi_D(P_s, p, t)}{\partial n_p} - \oint_{\Gamma_N} \frac{[\tilde{\varphi}]}{r} d\phi \\ & + \frac{c\Delta t}{2\pi} \sum_{M \neq N} \left\{ -Z_p \sin \theta \int_{x_L}^{x_U} \left\{ \left( \frac{[\tilde{\varphi}]}{r^3} + \left[ \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial t} \right] \frac{1}{cr^2} \right)_{r=r_U} - \left( \frac{[\tilde{\varphi}]}{r^3} + \left[ \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial t} \right] \frac{1}{cr^2} \right)_{r=r_L} \right\} dx \right. \\ & \left. + \cos \theta \left\{ \oint_{\Gamma_M} \left( [\tilde{\varphi}] \frac{Z_p^2}{r^3} + \left[ \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial t} \right] \frac{Z_p^2}{cr^2} - \frac{[\tilde{\varphi}]}{r} \right) d\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \tilde{\varphi} \left( t - \frac{|Zp|}{c} \right) \varepsilon_M \right\} \right\} \end{aligned} \quad (5.13)$$

と書くことができる (図 4.3 参照)。従って、波面が板に最も早く到達した時刻から始めて、順次 step-by-step で面上の値が求められる。数値積分においては、各要素の縁辺に対して台形公式を用い、分割を倍増させて行きながら相対誤差が 0.01 以下となった時点での値を採用した。各要素の縁辺上のポテンシャルは、その要素中心での値を用いるが、 $p$  からの距離によって遅延値をとったときには、その時刻の要素中心での値とは多少異なることになる。また、遅延値の計算では、要素中心で各時間ステップで離散的に求められた値から直線補間によって近似した。それ故、 $p$  を含む要素の縁辺は、少なくとも  $\Delta t$  時間の間に音波が伝搬する距離以上離れている必要があり、これは  $p$  を要素中心にとったとき

$$\frac{\Delta x}{c\Delta t} \geq 2 \quad (5.14)$$

なる制限を生じる。ここで、 $\Delta x$  は最小の要素辺長である。

このように求めた表面上の値は、ポテンシャルに関して  $t^2$  に対する応答であるから、時間微分を行うと音圧に関してランプ応答となる。求められたランプ応答は

$$\Delta_{i-K-1} = p_i - 2p_{i-K-1} + p_{i-2K-1} \quad (5.15)$$

なる演算を施すことによって、時間幅  $2K\Delta t$  の三角波音圧応答が得られる。なお、空間の音圧応答は (5.1) に代入すれば求められる。

剛な板のまわりの音場を解くために従来からある方法は、Kirchhoff の近似即ち音源からの直接波の当たらない面のポテンシャルを 0 と置く近似解法である。この近似を行うと、(5.2) において  $\varphi_2 = 0$  と置くことになるから

$$\begin{aligned} \varphi_D(P_s, p, t) &+ \frac{1}{4\pi} \iint_{F_1} \left\{ [\varphi_1] \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) - \left[ \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} \right] \frac{1}{cr_{pq}} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_q} - \left[ \frac{\partial \varphi_1}{\partial n_q} \right] \frac{1}{r_{pq}} \right\} dS_q \\ &= \frac{1}{2} \varphi_1(p, t) \quad (p \in F_1) \end{aligned} \quad (5.16)$$

となり、これは  $\varphi_1$  に関する第 2 種積分方程式となっている。特に、物体の寸法に比較して波長が十分短いときの反射音場を求める近似解法として用いられている。

剛な平板に対しては、(5.16) より

$$\varphi_D(P_s, p, t) = \frac{1}{2} \varphi_1(p, t) \quad (p \in F_1) \quad (5.17)$$

となるから、空間の点のポテンシャルは

$$4\pi\varphi_D(P_s, P, t) + 2 \iint_{F_1} \left\{ [\varphi_D] \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r_{Pq}} \right) - \left[ \frac{\partial \varphi_D}{\partial t} \right] \frac{1}{cr_{Pq}} \frac{\partial r_{Pq}}{\partial n_q} \right\} dS_q = 4\pi\varphi(P, t) \quad (P \in \Omega) \quad (5.18)$$

この式は、 $\vec{t}$  を板縁辺  $\Gamma$  上に  $n_q$  に対して右ネジの方向にとった接線ベクトル、 $P'_s$  を平板に対する音源イメージとすると (図 2.13 参照)

$$\varphi(P, t) = \varphi_D(P_s, P, t) + \frac{1}{2\pi} \iint_{F_1} \left\{ [\varphi_D] \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r_{Pq}} \right) - \left[ \frac{\partial \varphi_D}{\partial t} \right] \frac{1}{cr_{Pq}} \frac{\partial r_{Pq}}{\partial n_q} \right\} dS_q \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned} &= \varphi_D(P_s, P, t) + \delta\varphi_D(P_{si}, P, t) \\ &+ \frac{1}{4\pi} \oint_{\Gamma} \frac{f(t - \frac{r+s}{c})}{rs} \left\{ \frac{\vec{r} \times \vec{s}}{rs + \vec{r} \cdot \vec{s}} + \frac{\vec{r} \times \vec{s}_i}{rs + \vec{r} \cdot \vec{s}_i} \right\} d\vec{t} \end{aligned} \quad (5.20)$$

と変換できる [79]。ここで、 $\varepsilon$  は  $P_{si}P$  が板を横切れば 1、そうでなければ 0 の値をとる。

## 5.2 実験による検証

前節で述べた NDF を用いる数値解析手法の検証のため、実験値と比較した。測定は 2.5 mm 厚の鉄板を用いて作成した 3 種類の形状、即ち、矩形平板、曲面板 (円筒の一部)、直角の折れ板に対して行った。音源にはタングステン線同士の接触放電によるパルス音波を用い、発生波形の一例とその周波数特性を図 5.2 に示す。音源スペクトルはその主成分が数百 Hz から 7 KHz に含まれていることがわかる。また、電極の表面の状況により、発生波形には毎回わずかな差が見られる。

直接波及び反射、回折波の測定には 1/4 インチ・コンデンサーマイク (B&K 4135) を用い、サンプリングタイム 0.01 msec、データ長 1024 ポイント、12 bit の分解能で A-D 変換し、ウェーブメモ

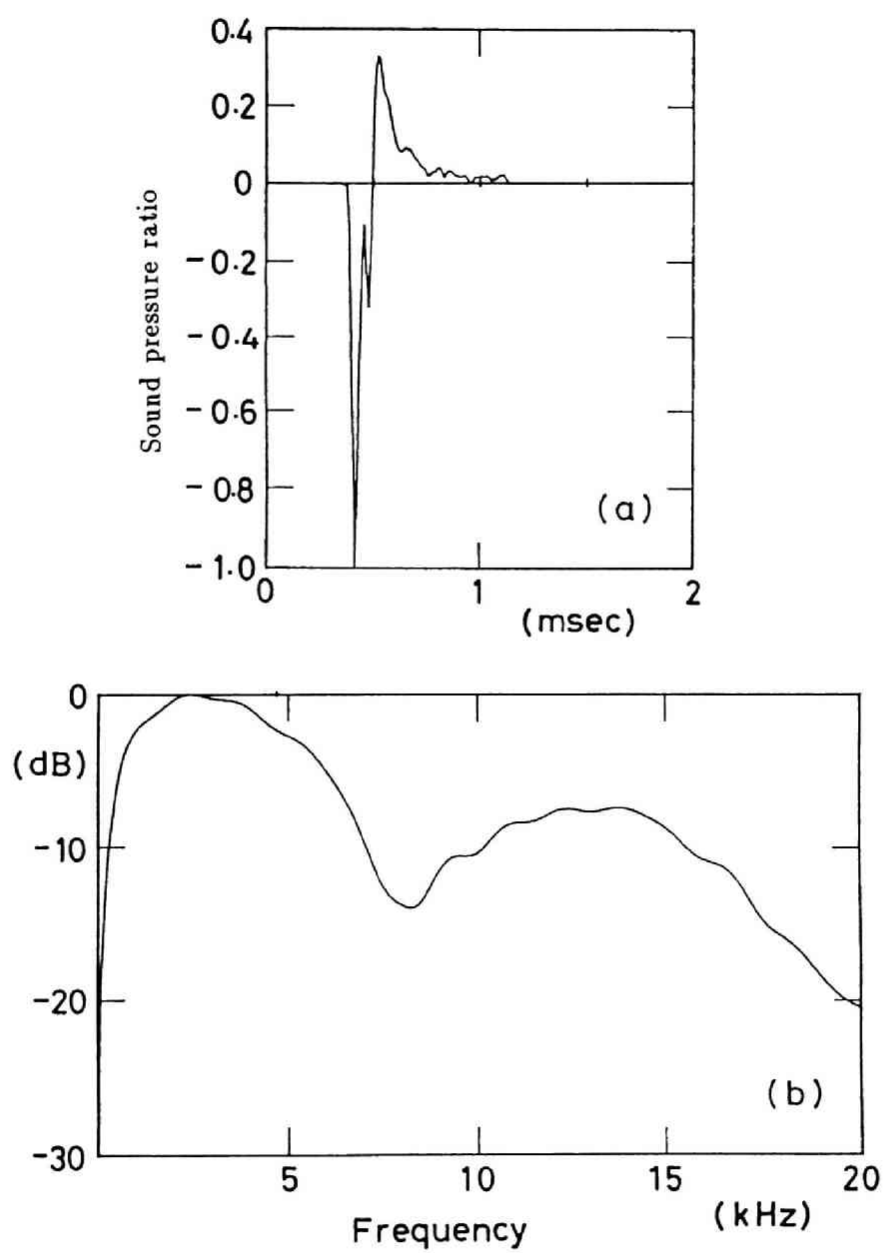


図 5.2: (a) 接触による放電パルス音波, (b) 周波数特性

りにデジタル記録した。得られた波形は高速フーリエ変換の手法を用いて処理を行い、最終的に三角波に対する応答に修正している。なお、音源のスペクトルを考慮し、波形処理の過程で 100 Hz 以下及び 20 KHz 以上の周波数をカットしたため、入射音の波形は厳密な三角形とはわずかに異なったものとなっている。

図 5.3 は  $0.3 \times 0.3$  m の剛な正方形板の反射及び回折場の過渡応答を測定した結果である。音源を板の中心から距離 0.5 m の  $P_s$  に置き、音圧応答は反射側の 2 点  $P_1, P_2$  及び回折側の 1 点  $P_3$  で測定した。図は全て自由空間における直接音のピーク音圧を 1 とした相対値で表示しており、最初に現れている三角波（時間幅 0.3 msec）が直接音である。なお、 $P_3$  の回折側の応答では板の無いときの直接波を斜線により表示している。実線は実験値、破線は (5.9) による計算値を表す。計算では三角波を精度よく再現するため、時間ステップを  $\Delta t = 0.015$  msec とし、また、分割は  $18 \times 18$  の正方形要素とした。点線は Kirchhoff の近似を行ったときの計算値で (5.20) により計算されたものである。

図 5.4 及び 5.5 は (5.9) で求めた  $\varphi$  を用い、(5.10) (5.11) によって計算した時間幅 0.3 msec の三角波に対する剛な正方形板 ( $0.6 \times 0.6$  m) の両面の音圧分布の時間変化を示したものである。音源は板中心から 0.3 m 離れた位置にあり、数値計算は  $36 \times 36$  要素、時間ステップ  $\Delta t = 0.01$  msec で行った。なお、表示は 0.06 msec 毎である。裏側は変化が微少で詳細がわかりにくいため、音圧振幅を表側に対して 5 倍拡大して表示している。

音源から出た三角波は、表側の面に到達したのちカルデラ状に広がって行き、裏側に回り込んで行く様子が計算によって明瞭に示されている。また、板の裏側で音波が到達していない段階で、わずかな音圧の乱れが生じているのが認められる（図 5.5 No. 1 ~ 10）。この原因としては、要素内でポテンシャルを一様と近似したこと、時間微分を差分で置き換えたこと、また数値計算上の誤差などによって、解かれた表面上の値が正確な値と微小な差を生じ、(5.11) 式の直接波の項を正確に打ち消していないことによるものと考えられる。裏側におけるこの音圧の乱れは、いくつかの数値計算の結果、分割を小さくしてもあまり変化がなく、図 5.6 に示すごとく、時間ステップを小さく取ることによって減少させることができた。

次に示す例は円筒の一部分を切り取った曲面板及び直角の折れ板による応答である。曲面板は  $18 \times 18$  の矩形要素で構成された内接する多面体として計算した。また、折れ板は  $18 \times 18 + 18 \times 12$  の矩形要素に分割した。時間ステップは  $\Delta t = 0.015$  msec である。同様に、実線は実験値、破線は積分方程式 (5.5) による解、点線は Kirchhoff の近似を行い、第 2 種積分方程式 (5.16) による計算値である。

これらの 3 種類の実験から、NDF の第 1 種の積分方程式 (5.5) による計算は、Kirchhoff の近似を行った計算と比較して、実験値に非常によく一致しており、この手法の有効性が示されたと考えられる。

また、桜井・石田は折れ板のような相互反射のある場合の計算を、Kirchhoff の近似を行った上で、それぞれの板に対する音源のイメージをとって行きながら計算する方法を提案している [80]。図 5.9 は第 1 種積分方程式 (5.5) の解、Kirchhoff の近似による第 2 種積分方程式の解及び桜井・石田の方法で得られた結果をそれぞれ比較したものである。Kirchhoff の近似をした場合の 2 つの計算結果はほぼ一致するが、裏側のポテンシャルも考慮した本方法の結果とはかなりのずれのあることがわかる。

ポテンシャルの 2 階微分の項を含む積分方程式 (5.5) あるいは (5.9) を数値的に解くため、ここでは音源波形には 2 階微分まで滑らかな  $f(t) = t^2$  を与えているが、一例として剛な正方形板に対する応答計算を求めてみると、図 5.10 (a), (b) に示すごとく、単精度 (4 byte) で行った計算では 250 ステップを超えた付近から解に乱れが生じており、倍精度 (8 byte) の計算ではこの乱れが無くなっている。また、同図 (c), (d) に示すように  $f(t) = t$  あるいは微分して三角波になるような波形を与えても、計算結果にほとんど差がなく、これらの音源波形では単精度でも解の乱れが生じていない。これは途中で数値微分のプロセスが含まれていないことが原因であろう。従って、数値計算では (c), (d) のよう

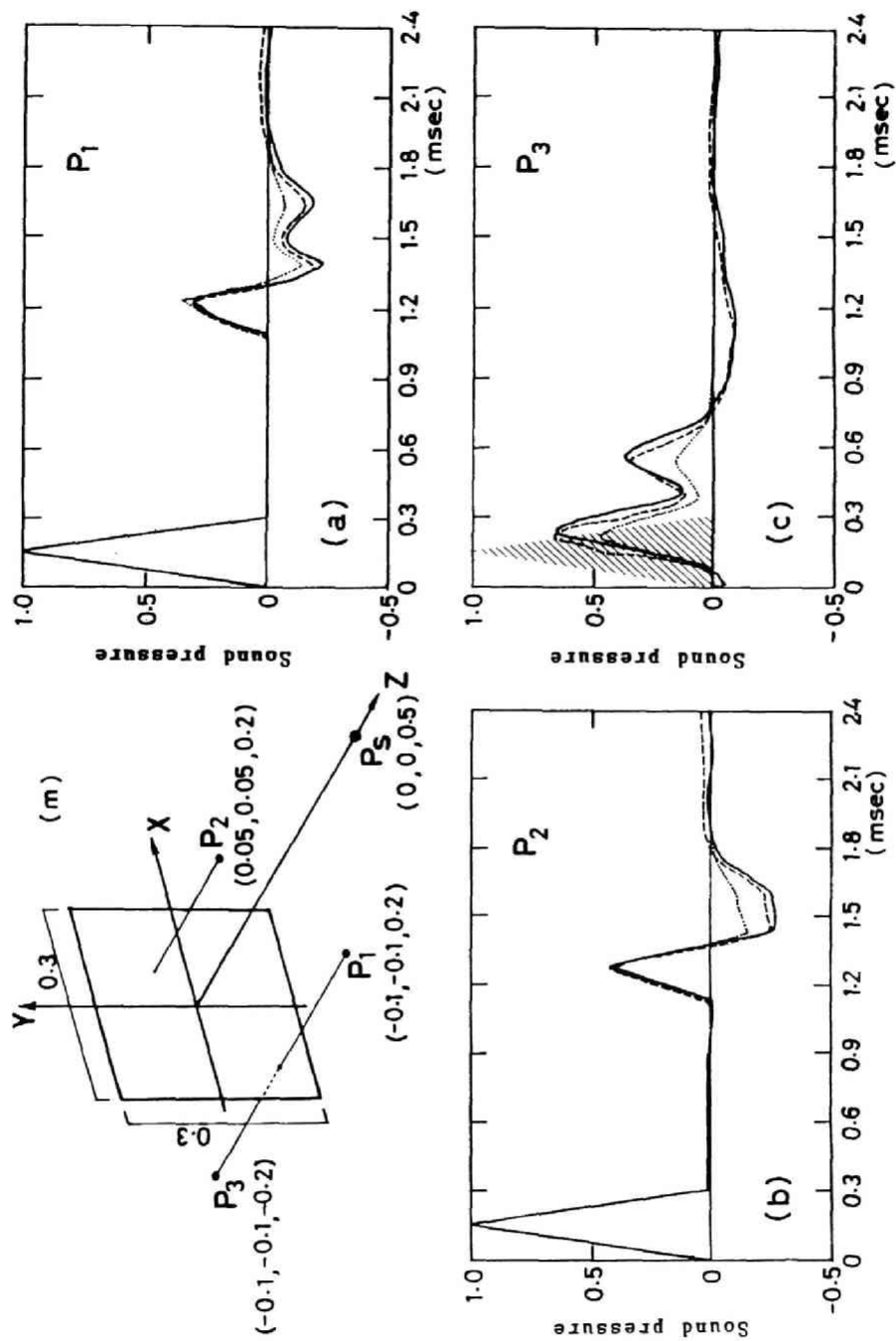


図 5.3: 剛な正方形板 (0.3×0.3 m) による過渡音圧応答: ——— 実験値 (32°C); - - - - - 積分方程式 (5.9) による解, 18×18 分割,  $\Delta t = 0.015$  msec,  $\Delta x/c\Delta t = 3.16$ ; ..... Kirchhoff の近似による解, (c) に斜線で表示した三角形は板が無いときの直接波を示す。

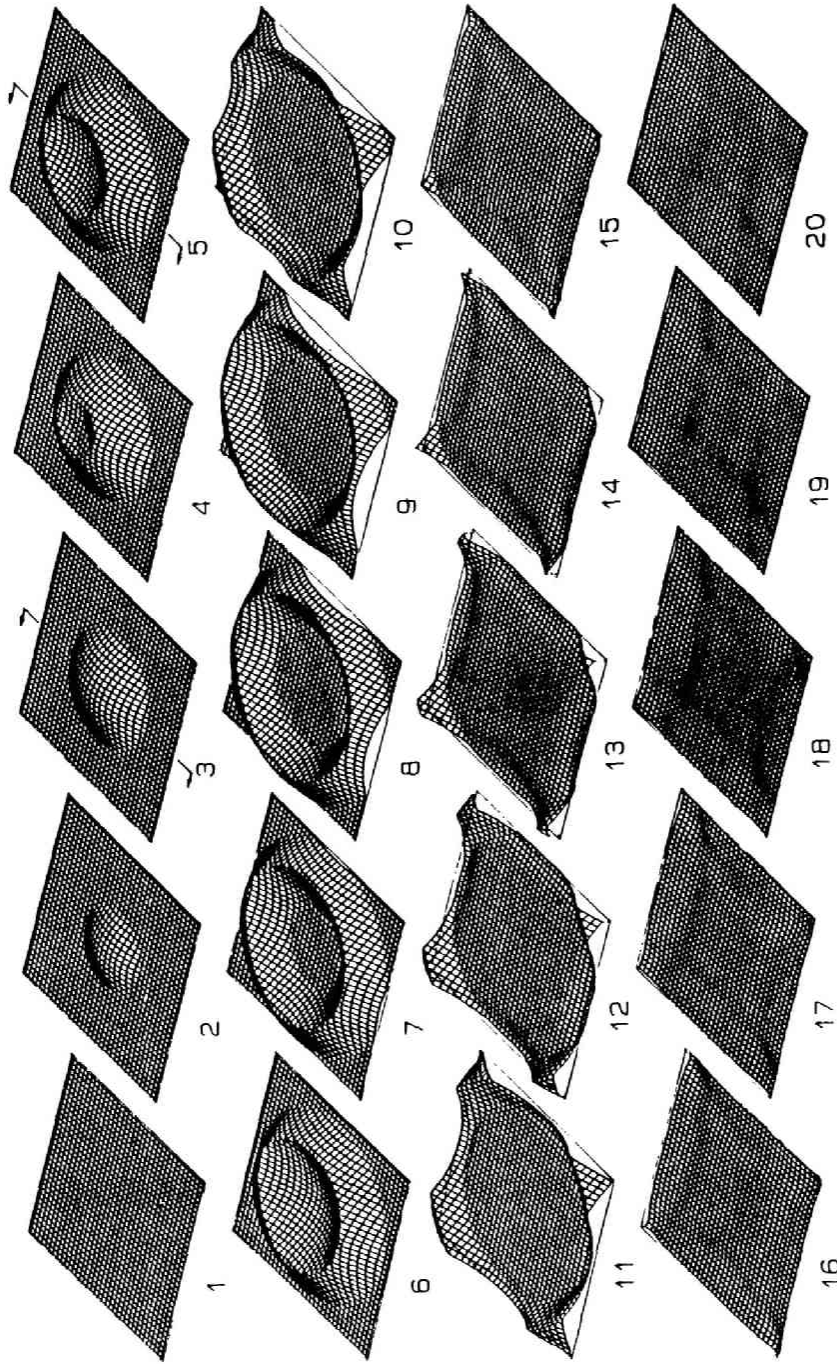


図 5.4: 剛な正方形板 ( $0.6 \times 0.6$  m) 表側表面上の音圧応答 (積分方程式 (5.9) 及び (5.10) による計算値):  $36 \times 36$  分割,  $\Delta t = 0.01$  msec (但し, 表示は  $0.06$  msec 毎),  $\Delta x/c\Delta t = 4.89$ ; 音源は板中心から  $0.3$  m の高さに位置。



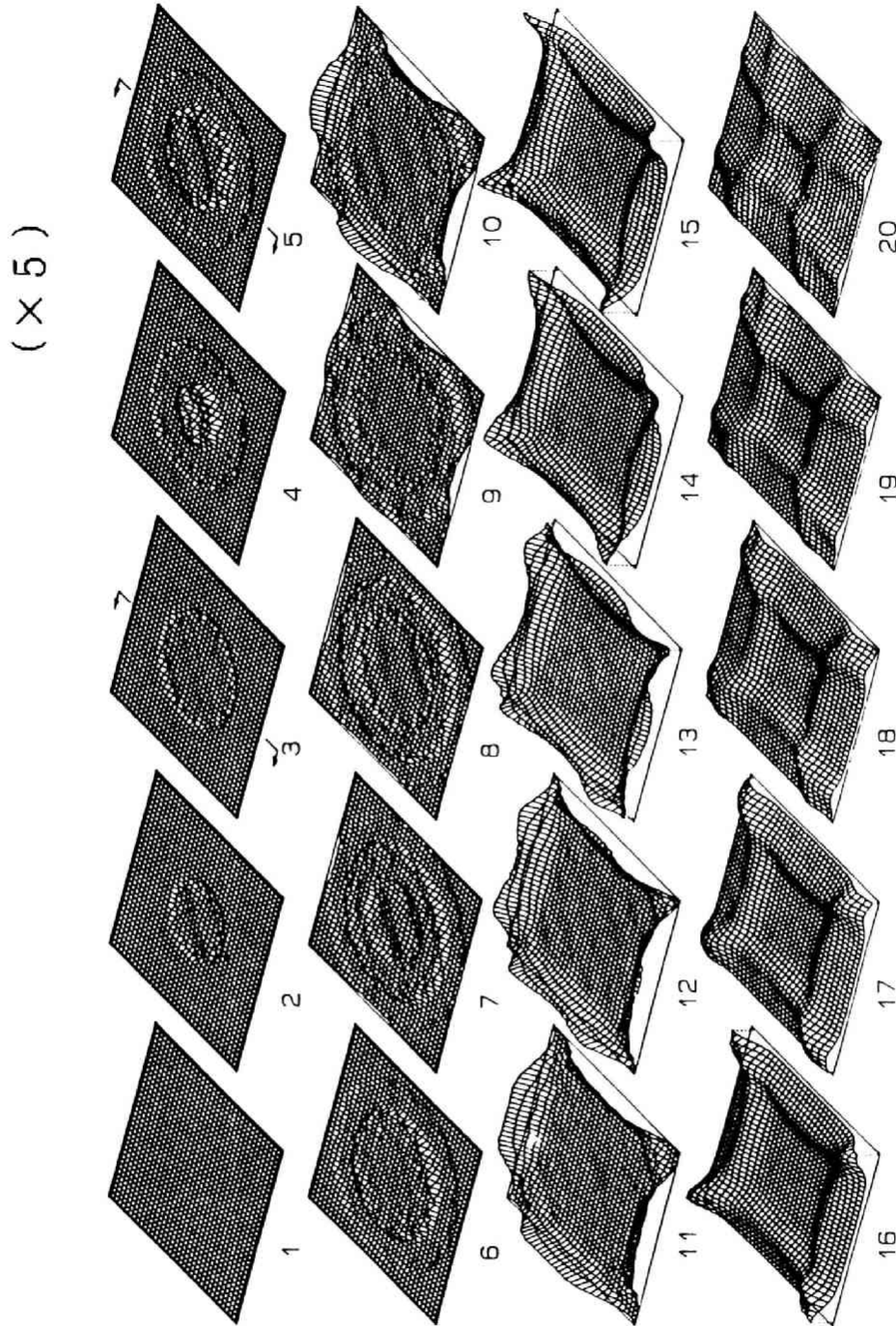


図 5.5: 剛な正方形板 ( $0.6 \times 0.6$  m) 裏側表面上の音圧応答 (積分方程式 (5.9) 及び (5.11) による計算値, 振幅を 5 倍に拡大して表示):  $36 \times 36$  分割,  $\Delta t = 0.01$  msec (但し, 表示は  $0.06$  msec 毎),  $\Delta x/c\Delta t = 4.89$ ; 音源は板中心から  $0.3$  m の高さに位置。



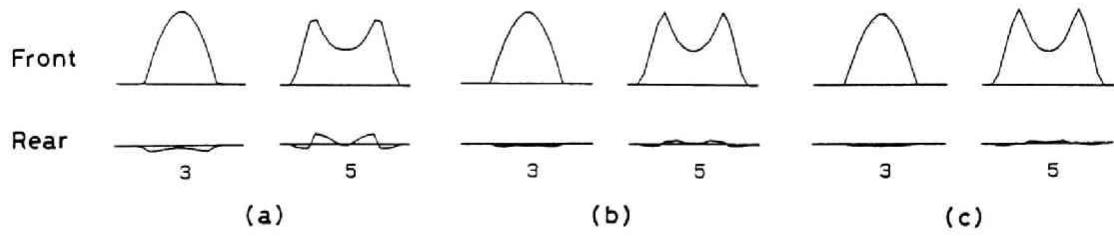


図 5.6: 数値計算における時間ステップの違いによる裏側の音圧の乱れの様子: 図 5.4, 5.5 の No. 3 及び 5 の中心軸 (図中に表示) に添った音圧分布, (a)  $\Delta t=0.03$  msec, (b)  $\Delta t=0.015$  msec,  $\Delta t=0.01$  msec,  $20 \times 20$  要素で計算,  $15^\circ\text{C}$

な波形を与えて計算しても、実用上差し支えないものと考えてよいであろう。

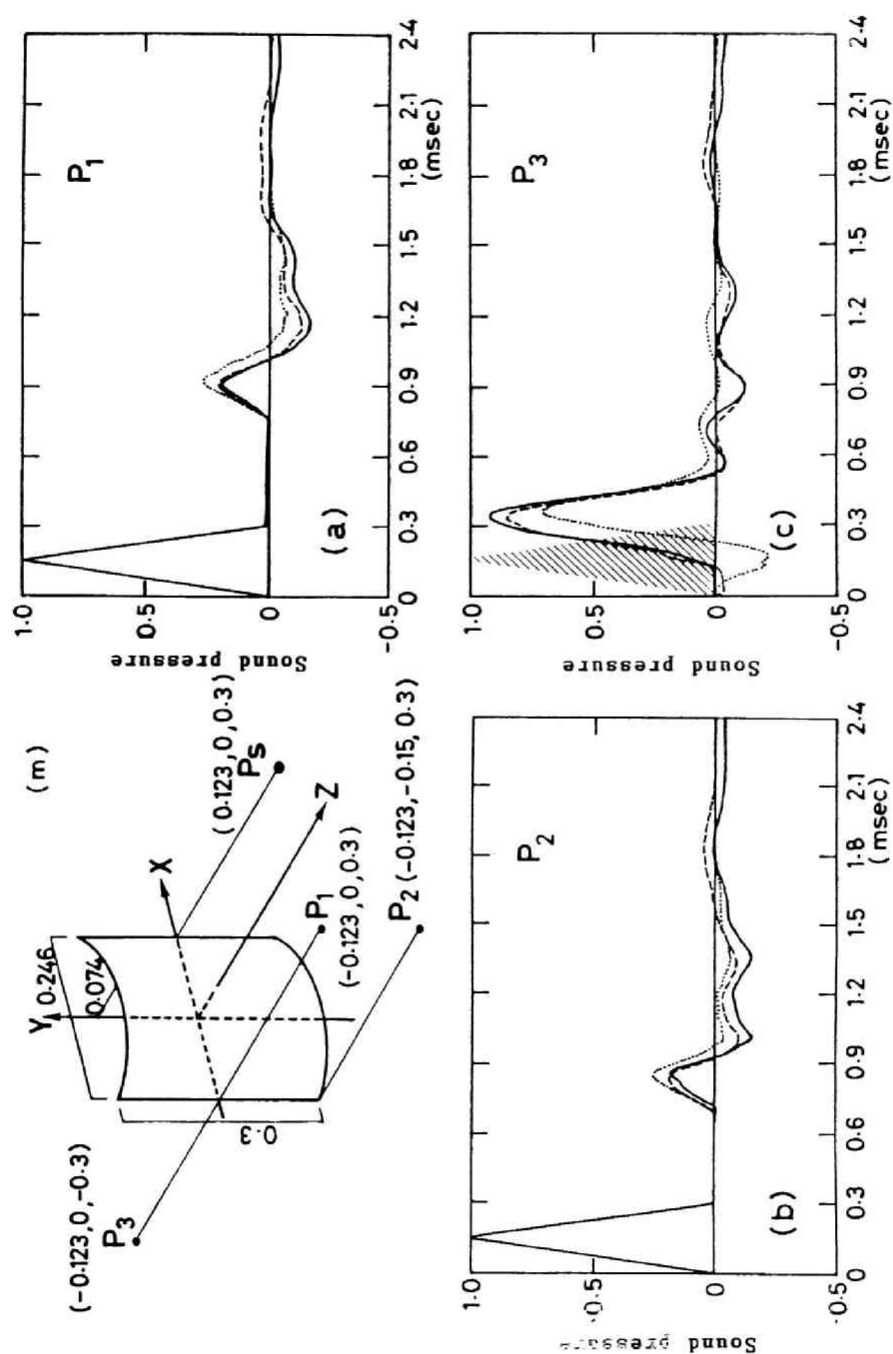


図 5.7: 剛な曲面板による過渡音圧応答: ——— 実験値 ( $29^{\circ}\text{C}$ ); - - - 積分方程式 (5.5) による解,  $18 \times 18$  分割,  $\Delta t = 0.015$  msec,  $\Delta x/c\Delta t = 3.18$ ; ..... Kirchhoff の近似による解。(c) に斜線で表示した三角形は板が無いときの直接波を示す。

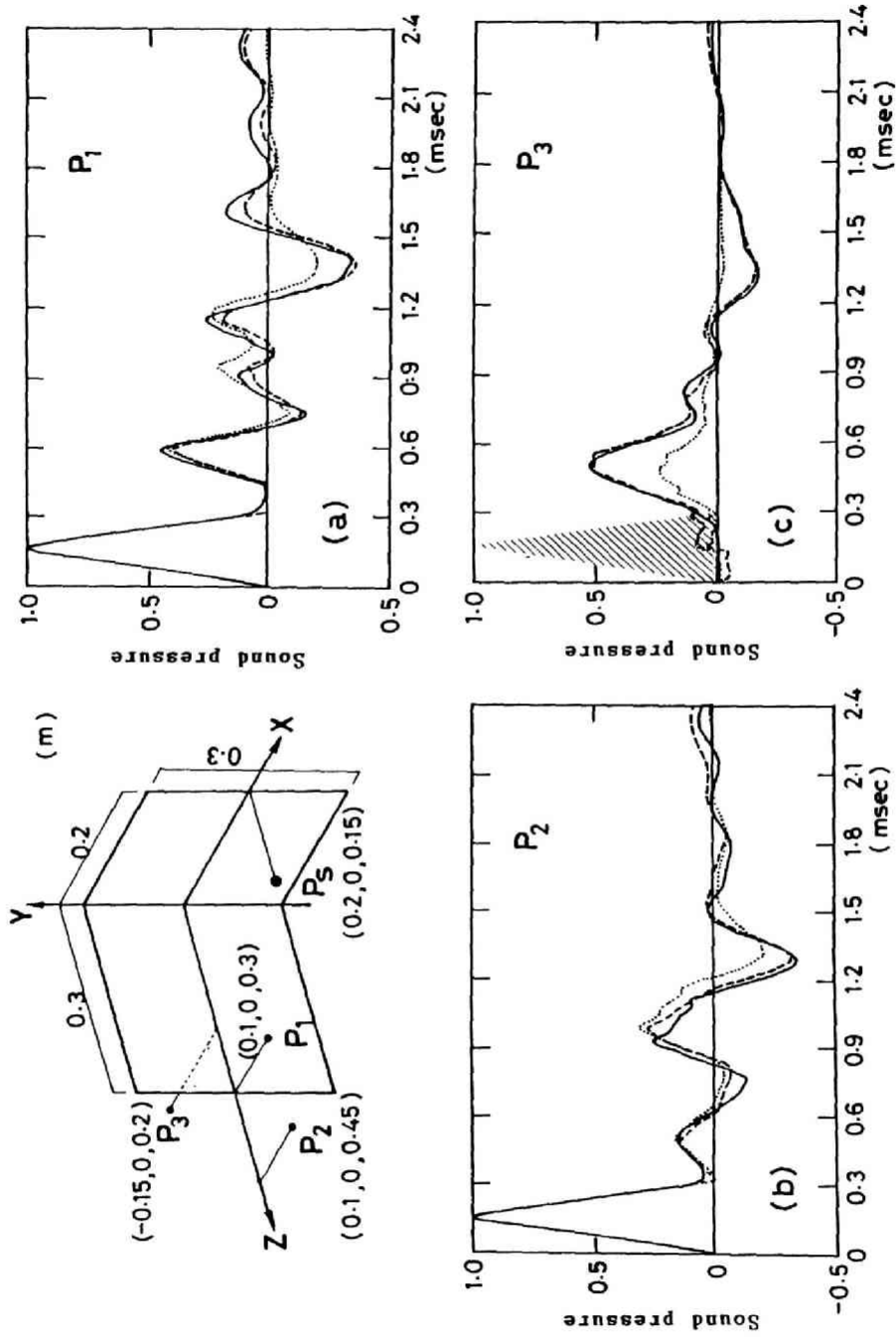


図 5.8: 剛な直角の折れ板による過渡音圧応答: ——— 実験値 ( $P_1, P_2$  32°C,  $P_3$  26°C);  
 - - - - - 積分方程式 (5.5) による解,  $18 \times 18 + 18 \times 12$  分割,  $\Delta t = 0.015$  msec,  $\Delta x/c\Delta t = 3.19$ ;  
 ..... Kirchhoff の近似による解。(c) に斜線で表示した三角形は板が無いときの直接波を示す。

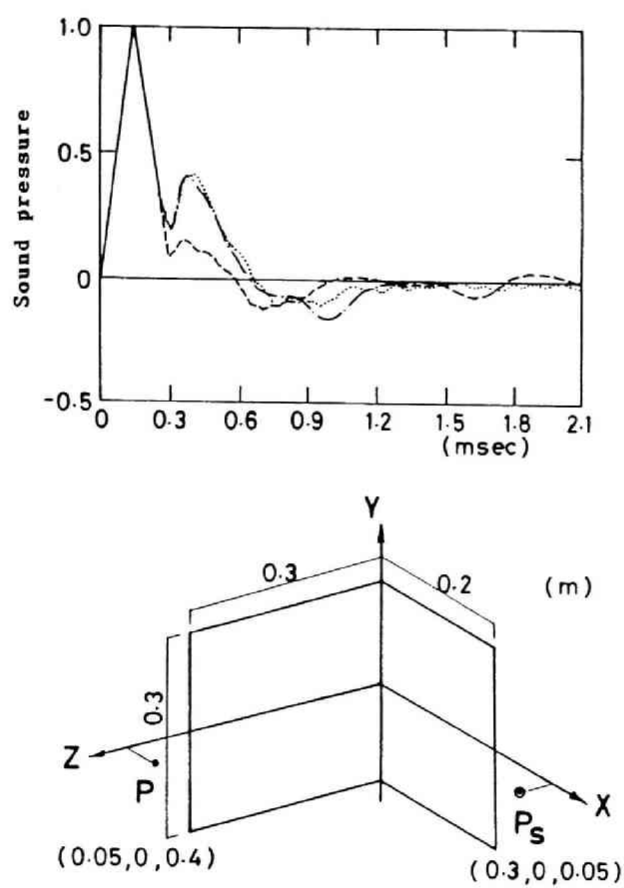


図 5.9: 剛な直角の折れ板による過渡音圧応答 (桜井らの計算法との比較): ----- 積分方程式 (5.5) による解,  $18 \times 18 + 18 \times 12$  分割,  $\Delta t = 0.015$  msec,  $\Delta x/c\Delta t = 3.26$ ,  $15^\circ\text{C}$ ; ..... Kirchhoff の近似による解; - · - · - 桜井・石田の方法による解 (Kirchhoff の近似)。

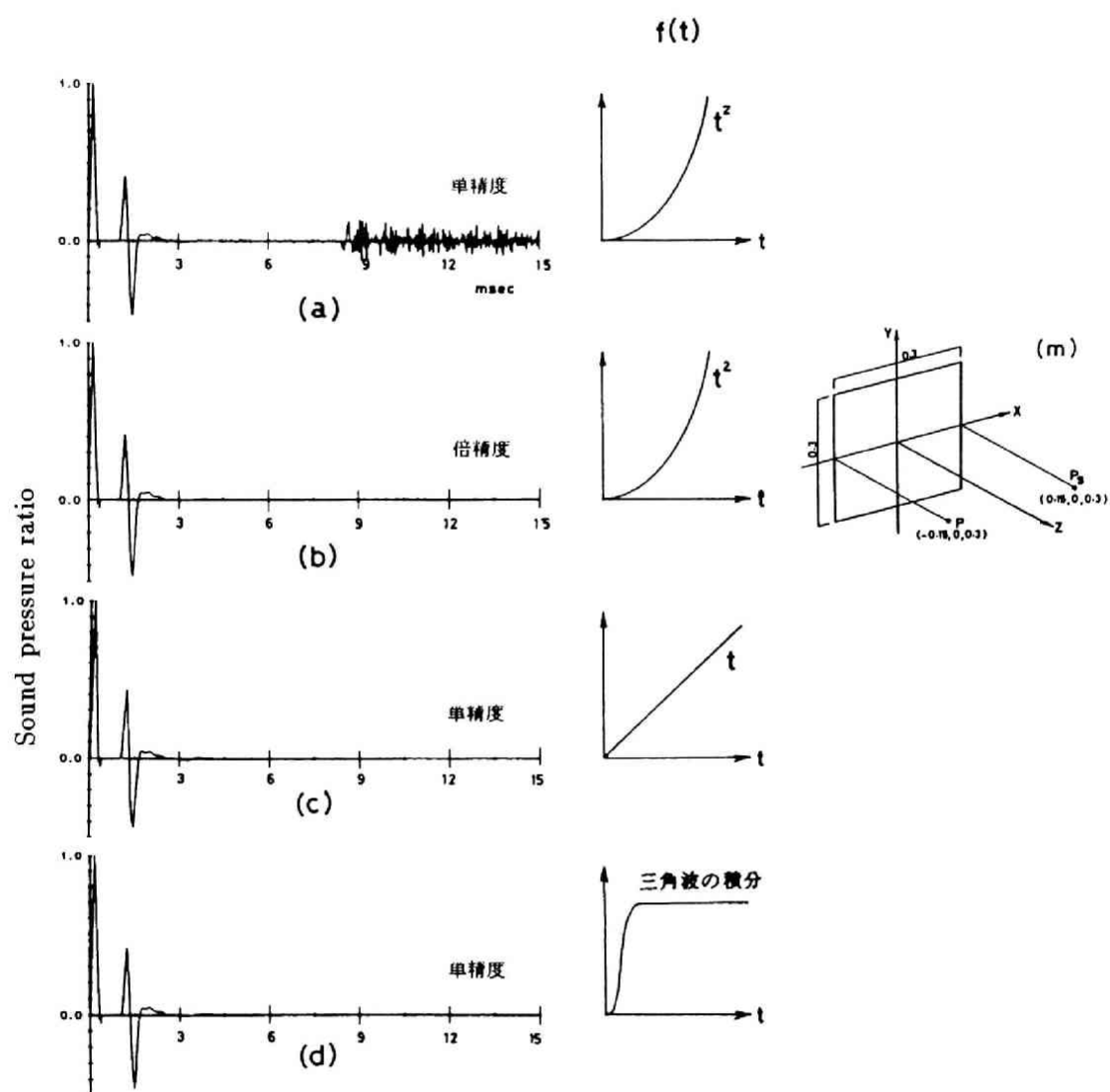


図 5.10: 数値計算において各種音源波形を与えた時の剛正方形板の反射音圧応答の比較:  $6 \times 6$  分割,  $\Delta t = 0.03$  msec, 500 ステップまで計算,  $\Delta x / c \Delta t = 4.90$

### 5.3 本章のまとめ

剛な薄板による過渡的な反射，回折音場を求めるため，Kirchhoff の公式の微分形より導いた第1種積分方程式を用いた計算法について検討した。数値計算では，分割した要素上でポテンシャルを一樣としたが，その単純な近似にもかかわらず，3種類の形状の板に対して行った実験から，従来用いられて来た Kirchhoff の近似による方法と比べて格段に精度の高い音場が求められることが示された。また，要素内で一樣と近似することにより，各要素からの寄与は線積分に変換でき，計算時間の短縮が計られた。

いくつかの数値計算による検討結果から，分割された要素の寸法  $\Delta x$  と時間ステップ  $\Delta t$  の関係は， $\Delta x/c\Delta t$  の値が2～5程度にすれば安定した解が得られるようである。また，面上のポテンシャルは  $\Delta t$  を小さく取ることによってより正確に求められ， $\Delta x$  の値はこれに対してわずかな影響しか与えていない。なお，計算で与える音源波形は実際上は  $f(t) = t$  あるいは微分して三角波になるようなものでも差し支えない。

本方法が，従来の方法では扱うことのできなかった複雑な形状の板やその配列に対しても有効な手段となることが，いくつかの実験並びに計算から明らかになった。



## Chapter 6

### 多孔質材料の吸音物性値

室の内装や遮音壁表面には音場の制御のために多孔質材料がしばしば用いられる。建築の過渡音場計算においてはこれら多孔材料の取り扱いが問題となる。

多孔材料中を音が伝搬する場合には一般に減衰が生じるから、伝搬定数は複素数で表わされる。従って、表面の音圧反射係数やアドミッタンスも複素数となり、これらは音響管法によって測定することができる。

積分方程式を用いて音場計算する場合を考えると、吸音面からの反射波形が得られればよく、材料表面の粒子速度  $\frac{\partial \phi}{\partial n}$  即ちアドミッタンス  $A(\omega)$  を知ることができればよい訳であるが、現実には音響管で測定したアドミッタンスをそのまま利用して過渡音場の計算を行うとすれば、計算の各ステップで畳み込み計算を実行しなければならず現実的でない。本章では、音場計算上有効でかつ容易に取り扱うために、多孔材料中の音の伝搬を3つのパラメータによって表し、またその値を同定することを試みた。

多孔材が十分に厚い場合、もしくは材料中の伝搬音が急激に減衰し剛な後壁からの反射が無視できる場合には、反射波形を得るためのパラメータは2つでよく、寺井 [79] は既にパルスを用いた反射波形から2パラメータの同定を試み、精度よく反射音の予測ができることを示している。本章は寺井の研究の拡張であり、残りの1パラメータを同様な手法で求め、剛な後壁からの反射が無視できない場合の音場計算を行うことを目的としている。[6] [7][30][31][32] [33]

#### 6.1 過渡パルス応答による同定

##### 6.1.1 多孔材表面のアドミッタンスとその時間関数

多孔材中の音の伝搬は第1章で述べたように、波動方程式

$$\Delta \Psi + k_e^2 \Psi = 0 \quad (k_e = \frac{\omega}{c_e}) \quad (6.1)$$

$$p = i\omega \rho_e \Psi = i k_e \rho_e c_e \Psi \quad (6.2)$$

$$c_e = c_p \left(1 - \frac{iR_f}{\omega \rho_p}\right)^{-1/2} \quad (6.3)$$

$$\rho_e = \rho_p \left(1 - \frac{iR_f}{\omega \rho_p}\right) \quad (6.4)$$

で記述される。



半無限の多孔材料に角周波数  $\omega$  の周期的定常の音波が垂直に入射する時 (図 6.1), 材料中のポテンシャルは  $C_1, C_2$  を任意の定数として

$$\Psi(x) = C_1 \cosh(ik_e x) + C_2 \sinh(ik_e x) \quad (6.5)$$

となる。従って、音圧及び粒子速度は次式となる。

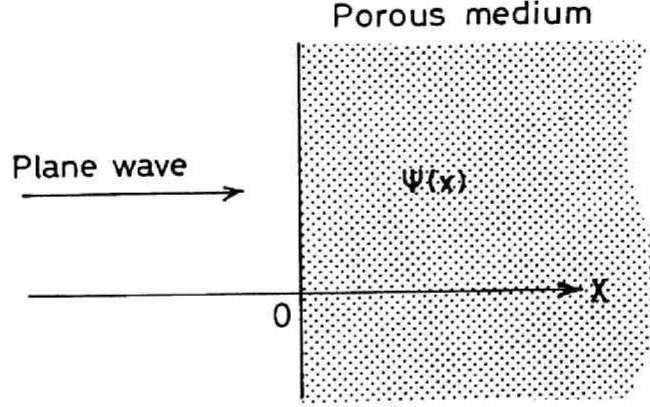


図 6.1: 半無限吸音体に垂直入射する平面波による音場

$$\begin{bmatrix} v(x) \\ p(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -ik_e \sinh(ik_e x) & -ik_e \cosh(ik_e x) \\ i\omega\rho_e \cosh(ik_e x) & i\omega\rho_e \sinh(ik_e x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

表面  $x = 0$  における粒子速度及び音圧を  $v_0, p_0$  とすると

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ p_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -ik_e \\ i\omega\rho_e & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

である。(6.6) より  $C_1, C_2$  について解くと

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{i}{k_e} \sinh(ik_e x) & \frac{i}{\omega\rho_e} \cosh(ik_e x) \\ \frac{i}{k_e} \cosh(ik_e x) & \frac{i}{\omega\rho_e} \sinh(ik_e x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(x) \\ p(x) \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

となるから、(6.7) に代入すると表面における値として

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ p_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(ik_e x) & \frac{k_e}{\omega\rho_e} \sinh(ik_e x) \\ \frac{\omega\rho_e}{k_e} \sinh(ik_e x) & \cosh(ik_e x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(x) \\ p(x) \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

を得る。従って、表面におけるアドミッタンスを材料内部の音圧、粒子速度によって表せば次式のようにならされる。

$$A(\omega) = \frac{v_0}{p_0} = \frac{\frac{v(x)}{p(x)} + \frac{k_e}{\omega\rho_e} \tanh(ik_e x)}{\left(\frac{v(x)}{p(x)}\right) \frac{k_e}{\omega\rho_e} \tanh(ik_e x) + 1} \quad (6.10)$$

剛板に接して置かれた厚さ  $d$  の多孔材の場合、 $x = d$  で粒子速度  $v = 0$  となるから

$$A(\omega) = \frac{k_e}{\omega\rho_e} \tanh(ik_e d) = \frac{1}{\rho_p c_p} \frac{\tanh\left\{\frac{i\omega d}{c_p} \left(1 - \frac{iR_f}{\omega\rho_p}\right)^{1/2}\right\}}{\left(1 - \frac{iR_f}{\omega\rho_p}\right)^{1/2}} \quad (6.11)$$

となる。

アドミッタンスの時間関数は  $\omega_0 = R_f/\rho_p$ ,  $\theta = d/c_p$ ,  $s = i\omega$  とおくと

$$A(\omega) = \frac{1}{\rho_p c_p} \sqrt{\frac{s}{s + \omega_0}} \tanh(\theta \sqrt{s} \sqrt{s + \omega_0}) \quad (6.12)$$

であるから,  $\sqrt{\frac{s}{s + \omega_0}}$  並びに  $\tanh(\theta \sqrt{s} \sqrt{s + \omega_0})$  のそれぞれの項の逆 Laplace 変換を求め, convolution をとることで求められる。

次の関係式

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{\sqrt{s} \sqrt{s + \omega_0}} \right\} = \exp(-\omega_0 t/2) I_0 \left( \frac{\omega_0 t}{2} \right) H(t) \quad (6.13)$$

を用いると,

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \sqrt{\frac{s}{s + \omega_0}} \right\} = \delta(t) - \frac{\omega_0}{2} \exp(-\omega_0 t/2) \left\{ I_0 \left( \frac{\omega_0 t}{2} \right) - I_1 \left( \frac{\omega_0 t}{2} \right) \right\} \quad (6.14)$$

また,  $\tanh(\theta \sqrt{s} \sqrt{s + \omega_0})$  は

$$\tanh \sqrt{\left( \theta s + \frac{\omega_0 \theta}{2} \right)^2 - \left( \frac{\omega_0 \theta}{2} \right)^2}$$

と変形できるから

$$\mathcal{L}^{-1} \{ \tanh \sqrt{s^2 - \lambda^2} \} = g(t), \quad \lambda = \frac{\omega_0 \theta}{2} \quad (6.15)$$

とおくと

$$\mathcal{L}^{-1} \{ \tanh \sqrt{(\theta s + \lambda)^2 - \lambda^2} \} = \frac{1}{\theta} \exp(-\lambda t/\theta) g \left( \frac{t}{\theta} \right) \quad (6.16)$$

なる関係が得られる。また, さらに以下の公式

$$\tanh \sqrt{s^2 - \lambda^2} = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp(-2n \sqrt{s^2 - \lambda^2}) \quad (6.17)$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\exp(-\kappa s)}{s} \right\} = H(t - \kappa) \quad (6.18)$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \exp(-\kappa \sqrt{s^2 - \lambda^2}) - \exp(-\kappa s) \right\} = \frac{\lambda \kappa}{\sqrt{\lambda^2 - \kappa^2}} I_1(\lambda \sqrt{t^2 - \lambda^2}) H(t - \kappa) \quad (6.19)$$

より, (6.17) の各項の逆 Laplace 変換は,

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \exp(-2n \sqrt{s^2 - \lambda^2}) \right\} = \delta(t - 2n) + 2n\lambda \frac{I_1(\lambda \sqrt{t^2 - (2n)^2})}{\sqrt{t^2 - (2n)^2}} H(t - 2n) \quad (6.20)$$

であるから,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1} \{ \tanh(\theta \sqrt{s} \sqrt{s + \omega_0}) \} &= \delta(t) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left\{ \exp(-n\omega_0 \theta) \delta(t - 2n\theta) \right. \\ &\quad \left. + \exp(-\omega_0 t/2) n\omega_0 \theta \frac{I_1 \left( \frac{\omega_0}{2} \sqrt{t^2 - (2n\theta)^2} \right)}{\frac{\omega_0}{2} \sqrt{t^2 - (2n\theta)^2}} H(t - 2n\theta) \right\} \end{aligned} \quad (6.21)$$

となる。

従って, (6.14) と (6.21) の convolution をとれば表面におけるアドミッタンスとして

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1}\{\rho_p c_p A(\omega)\} &= \rho_p c_p a(t) = \delta(t) - \frac{\omega_0}{2} F\left(\frac{\omega_0 t}{2}\right) \\ &+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[ \exp(-n\omega_0 \theta) \delta(t - 2n\theta) - \frac{\omega_0}{2} \exp(-n\omega_0 \theta) F\left(\frac{t - 2n\theta}{2} \omega_0\right) H(t - 2n\theta) \right. \\ &+ n\omega_0 \theta \exp(-\omega_0 t/2) \frac{I_1\left(\frac{\omega_0}{2} \sqrt{t^2 - (2n\theta)^2}\right)}{\sqrt{t^2 - (2n\theta)^2}} H(t - 2n\theta) \\ &\left. - \frac{\omega_0^2}{2} n\theta \int_{2n\theta}^t F\left(\frac{t - \tau}{2} \omega_0\right) \exp(-\omega_0 \tau/2) \frac{I_1\left(\frac{\omega_0}{2} \sqrt{\tau^2 - (2n\theta)^2}\right)}{\sqrt{\tau^2 - (2n\theta)^2}} d\tau \right] \end{aligned} \quad (6.22)$$

を得ることができる。ただし, (6.22) で  $F(t) = \exp(-t)\{I_0(t) - I_1(t)\}H(t)$ , ( $I_0, I_1$  は変形 Bessel 関数) とおいている。また,  $\delta(t), H(t)$  は Dirac のデルタ関数及び単位 step 関数である。

$a(t)$  はインパルス音圧入力に対する表面の粒子速度応答を表すから, ここでは特に “impulse admittance” と呼ぶ。また, 右辺の各項の意味は以下のごとく説明できる。すなわち, 第1項は媒質の特性インピーダンスの違いによる表面反射波, 第2項は材料中に侵入した音の再放射である。また, 第3項目以下は剛壁と材料表面との間の多重反射およびそれらの再放射音を表している。図 6.2 に,  $\omega_0 \theta$  がそれぞれ 1.0, 0.5, 0.25 のときの  $\rho_p c_p a(t)$  のグラフを示す。

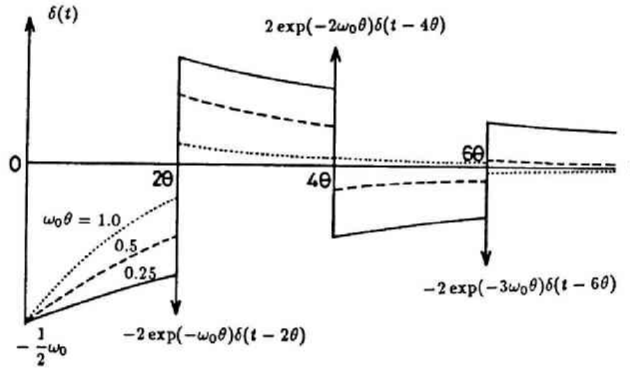


図 6.2: 剛壁に接して置かれた厚さ  $l$  の吸音層表面における  $\rho_p c_p a(t)$  のグラフ (寺井)

材料厚が  $\infty$  または剛な後壁からの影響が無視できるときは

$$a(t) = \delta(t) - \frac{\omega_0}{2} F\left(\frac{\omega_0 t}{2}\right) \quad (6.23)$$

となる。

### 6.1.2 吸音材料に垂直入射する平面パルス波の反射

図 6.3 のように吸音材料に垂直に入射する平面パルス波の過渡音場を考える。吸音材表面から距離  $L$  だけ離れた点  $P$  のポテンシャルは Kirchhoff の公式から

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \varphi_D\left(t + \frac{L}{c}\right) + \frac{1}{4\pi} \iint_F \left\{ \bar{\varphi}\left(t - \frac{r}{c}\right) \frac{\partial}{\partial n_q} \left(\frac{1}{r}\right) - \bar{\varphi}_t\left(t - \frac{r}{c}\right) \frac{1}{cr} \frac{\partial r}{\partial n_q} \right. \\ &\quad \left. - \bar{\varphi}_n\left(t - \frac{r}{c}\right) \frac{1}{r} \right\} dS \end{aligned} \quad (6.24)$$

と表わされる。 $\varphi_t$ ,  $\varphi_n$  はそれぞれ時間微分, 法線方向微分を表わし, bar は面  $F$  上の値であることを示す。また, パルス波の波面が面  $F$  に到達したときを時刻  $t = 0$  とする。

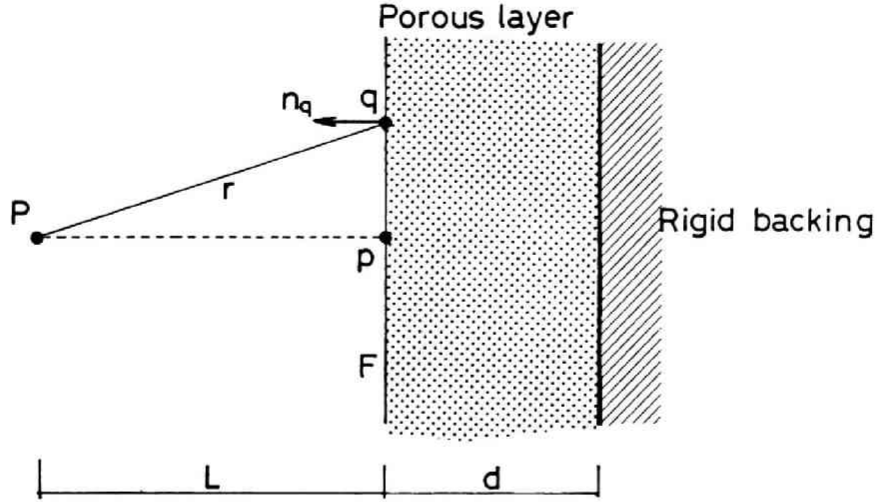


図 6.3: 多孔質吸音層からの反射音場

点  $P$  が面上の点  $p$  に収束すれば, 即ち  $L \rightarrow 0$  のとき (6.24) は面上で  $\cos(n, r) = 0$  となることを考慮すれば

$$\bar{\varphi}(t) = 2\bar{\varphi}_D(t) - \frac{1}{2\pi} \iint_F \frac{1}{r} \bar{\varphi}_n \left( t - \frac{r}{c} \right) dS \quad (6.25)$$

を得る。

時刻  $t < 0$  において  $\varphi, \varphi_t, \varphi_n = 0$  となるから, 積分領域  $F$  は  $p$  を中心とする半径  $ct$  の円内を考えればよい。従って, (6.25) は

$$\bar{\varphi}(t) = 2\bar{\varphi}_D(t) - c \int_0^t \bar{\varphi}_n(t - \tau) d\tau \quad (6.26)$$

と表わすことができる。音圧に関しては微分して

$$\bar{p}(t) = 2\bar{p}_D(t) - \rho c \bar{\varphi}_n(t) \quad (6.27)$$

となる。また, (4.16) を用いると

$$\bar{p}(t) = 2\bar{p}_D(t) - \rho c \int_0^t a(t - \tau) \bar{p}(\tau) d\tau \quad (6.28)$$

が得られ, これは表面音圧を未知関数として含む Volterra 型の積分方程式である。

材料表面の Admittance の時間関数  $a(t)$  はデルタ関数  $\delta(t)$  を含むから (6.28) を

$$\bar{p}(t) = \frac{2}{1 + \alpha} \bar{p}_D(t) + w(t) \quad (6.29)$$

のように表わすと以下の 2 式を得る。

$$\bar{\varphi}(t) = \frac{2}{1 + \alpha} \bar{\varphi}_D(t) + \frac{1}{\rho} \int_0^t w(\tau) d\tau \quad (6.30)$$

$$\bar{\varphi}_n(t) = \frac{1}{\rho c} \left\{ \frac{2\alpha}{1 + \alpha} \bar{p}_D(t) - w(t) \right\} \quad (6.31)$$

これらの式を (6.24) に代入し、次の関係

$$\frac{1}{2\pi} \iint_F \left\{ \bar{\varphi}_D \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r} \right) - \bar{p}_D \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{1}{\rho c r} \frac{\partial r}{\partial n} \right\} dS = \varphi_D \left( t - \frac{L}{c} \right) \quad (6.32)$$

$$\frac{1}{2\pi} \iint_F \bar{p}_D \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{1}{\rho c r} dS = \varphi_D \left( t - \frac{L}{c} \right) \quad (6.33)$$

$$\frac{1}{2} \int_L^{ct} \left\{ \frac{1}{\rho} \int_0^{t-(r/c)} w(\tau) d\tau \cdot \frac{L}{r^2} + \frac{1}{\rho c} \left( 1 + \frac{L}{r} \right) w \left( t - \frac{r}{c} \right) \right\} dr = \frac{1}{\rho} \int_0^{t-(L/c)} w(\tau) d\tau \quad (6.34)$$

を考慮すると、ポテンシャルでは次の関係を得る。

$$\varphi(t) = \varphi_D \left( t + \frac{L}{c} \right) + \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \bar{\varphi}_D \left( t - \frac{L}{c} \right) + \frac{1}{\rho} \int_0^{t-(L/c)} w(\tau) d\tau \quad (6.35)$$

また、音圧に対しては

$$p(t) = p_D \left( t + \frac{L}{c} \right) + \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \bar{p}_D \left( t - \frac{L}{c} \right) + w \left( t - \frac{L}{c} \right) \quad (6.36)$$

となる。

(6.36) は、平面波のインパルスが多孔材料に垂直に入射したとき、多孔材料の表面から距離  $L$  だけ離れた点  $P$  に置かれたマイクロフォンにより、時刻  $t = -L/c$  で入射波、時刻  $t = L/c$  では振幅が入射波の  $(1-\alpha)/(1+\alpha)$  倍の材料表面からの反射波とそれに続く材料内に侵入した音の再放射が観測できることを示している。従って、 $(1-\alpha)/(1+\alpha)$  は「表面反射係数」と呼ぶのが適当であろう。

多孔材料の物性値は、音響管の端部に取り付けられた試料にパルス音波を入射させ、その反射波形より推定を行う。観測された波形を用いて積分方程式 (6.28) と (6.29) とから  $w(t)$  を計算し、物性値  $\omega_0, \alpha, \theta$  は (6.36) の第2項、第3項の計算値が、観測された反射波形  $p_{meas}(t)$  に最もよく近似するように、即ち適当な時間間隔  $T$  に対して二乗誤差

$$\int_0^T \left\{ p_{meas}(t) - \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \bar{p}_D \left( t - \frac{L}{c} \right) - w \left( t - \frac{L}{c} \right) \right\}^2 dt \quad (6.37)$$

が最小になるように最適化の手法により求める。

### 6.1.3 各種多孔材料の物性値の同定

3 物性値のうち、 $\theta$  は多孔材料内部の音の伝搬速度に関する量であるから、(6.37) の  $p_{meas}$  及び  $w$  は、剛な後壁で反射し再放射される音を含んだものでなければならず、またその反射波が表面反射波と分離して明確に現れていることが、精度の高い物性値の同定の上からは必要であろう。実際には、時間間隔  $T$  を、層内の多重反射のうち 1 回分を捕捉できる時間に限定すればよいから、“impulse admittance”  $a(t)$  は層内の 1 回反射を含めた項まで考慮し

$$\begin{aligned} \rho_P c_P a(t) = & \delta(t) - \frac{\omega_0}{t} F \left( \frac{\omega_0 t}{2} \right) \\ & - 2 \exp(-\omega_0 \theta) \delta(t - 2\theta) - \frac{\omega_0}{2} \exp(-\omega_0 \theta) F \left( \frac{t - 2\theta}{2} \omega_0 \right) H(t - 2\theta) \\ & + \omega_0 \theta \exp(-\omega_0 t/2) \frac{I_1 \left( \frac{\omega_0}{2} \sqrt{t^2 - (2\theta)^2} \right)}{\sqrt{t^2 - (2\theta)^2}} H(t - 2\theta) \\ & - \frac{\omega_0}{2} \theta \int_{2\theta}^t F \left( \frac{t - \tau}{2} \omega_0 \right) \exp(-\omega_0 \tau/2) \frac{I_1 \left( \frac{\omega_0}{2} \sqrt{\tau^2 - (2\theta)^2} \right)}{\sqrt{\tau^2 - (2\theta)^2}} d\tau \end{aligned} \quad (6.38)$$

として計算すればよい。

(6.38) の第 3 項以下を  $h(t)$  とおき, (6.28) に代入すれば, 表面音圧に関する積分方程式

$$\bar{p}(t) = \frac{2}{1+\alpha} \bar{p}_D(t) + \frac{2\alpha}{1+\alpha} \exp(-\omega_0 \theta) \bar{p}(t-2\theta) - \frac{\alpha}{1+\alpha} \int_0^t h(t-\tau) \bar{p}(\tau) d\tau \quad (6.39)$$

が得られる。実測から得られた入力波形  $p_D(t)$  を用いて (6.39) を解くことにより

$$w(t) = \frac{2\alpha}{1+\alpha} \exp(-\omega_0 \theta) \bar{p}(t-2\theta) - \frac{\alpha}{1+\alpha} \int_0^t h(t-\tau) \bar{p}(\tau) d\tau \quad (6.40)$$

が求められる。

ここでは数値計算を容易にするため,

$$F(x) = \exp(-x) \{I_0(x) - I_1(x)\} H(x) \approx \exp(-4x/3) H(x) \quad (6.41)$$

とおいた。また,  $I_1(x)/x$  は

$$\frac{I_1(x)}{x} = \frac{1}{2} + \frac{x^2}{16} + \frac{x^4}{384} + \frac{x^6}{18432} + \dots \quad (6.42)$$

と Taylor 展開できるが, 図 6.4 のごとく第 3 項までとれば  $x < 3$  の範囲でよい近似を与える。これらの近似を行って  $a(t)$  を計算した結果は, (6.22) により計算された “impulse admittance” (図 6.2) とほとんど一致した。以下の物性値の同定にはこの近似を用いている。

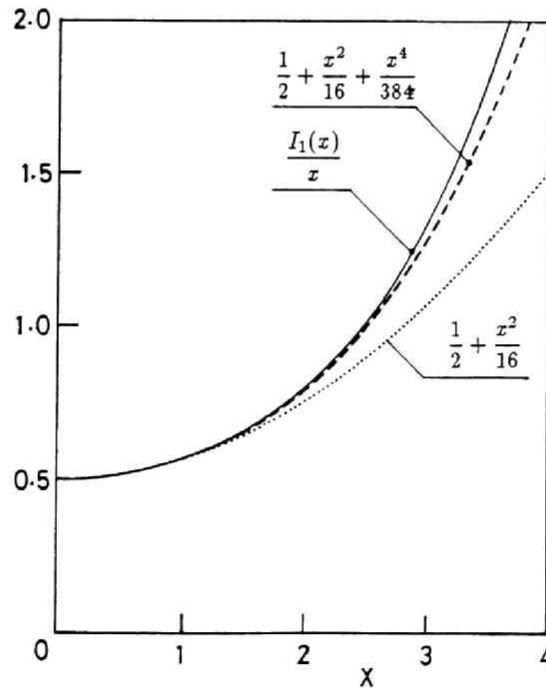


図 6.4:  $I_1(x)/x$  と近似式の比較

多孔材料の物性値同定のため, ここでは内径が 57.5 mm, 肉厚 3 mm の真ちゅう管の一端にパルス音波発生用のドライバーユニット (JBL 2441) を取り付け, また, 他端には剛な後壁に接して厚さ  $l$

の試料を取り付けた。波形は試料表面から距離  $L = 0.9 \text{ m}$  離れた点に  $1/4 \text{ inch}$  のコンデンサーマイク (B&K 4135) を膜面が軸の位置に来るように垂直に挿入し、ドライバーユニットからの直接波並びに試料からの反射波を取り出した (図 6.5(a))。ドライバーユニットに与える波形はファンクションジェネレータ (岩通 FG-350) により、 $1.5 \text{ KHz}$  または  $3 \text{ KHz}$  1 波の正弦波を発生させ、パワーアンプ (パイオニア M-73) により供給した。ドライバーユニットから実際に発生するパルス音は図 6.5(b) の最初に現れる波形に示されたように、ドライバーの特性が加わり変形されたものとなっている。これらの発生波形の周波数特性を図 6.6 に示す。

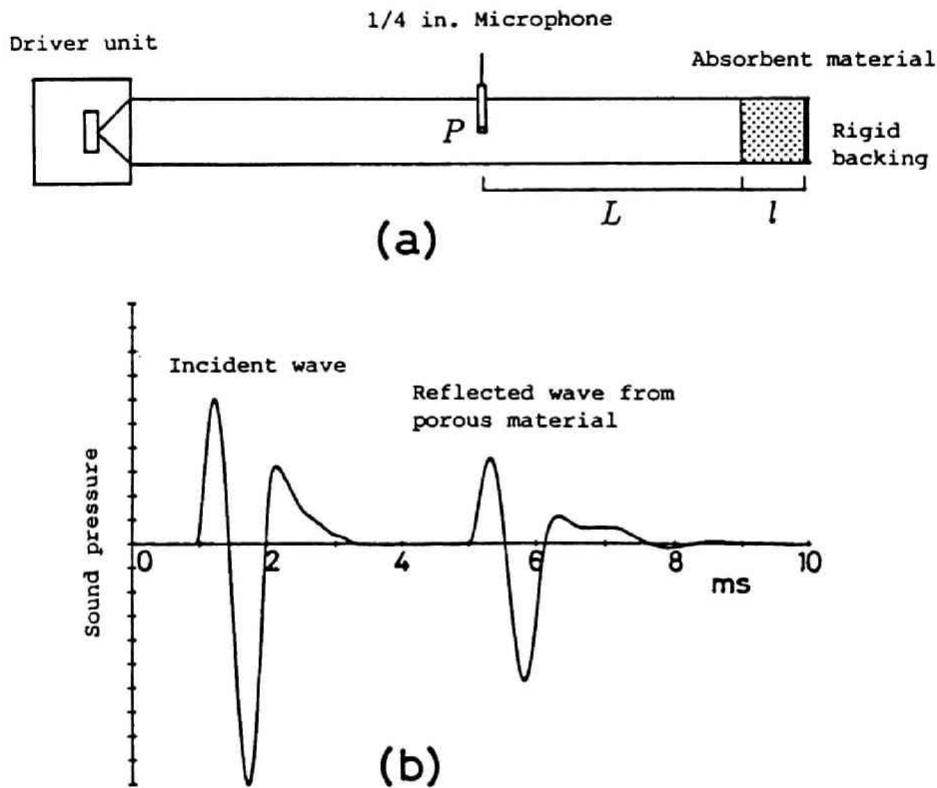


図 6.5: (a) 音響管を用いた多孔吸音層からの反射パルスの測定; (b) 測定波形の例

また、マイクロフォンで取り込まれた波形は、計測用アンプ (B&K 2610) を経てウェーブメモリ (横川 Model 3652) に  $10 \mu\text{sec}$  のサンプリングタイムで 12 bit のデータに A-D 変換し収録した。図 6.5(b) はこのデータを GP-IB を介してパーソナルコンピュータ (NEC PC-9801F) に取り込みプロット出力した一例である。

パルス音波は管内を伝搬する間に、管壁の摩擦等の影響とみられる減衰が生じる。図 6.7 は試料取り付け面を剛にし、反射波を測定した結果である。この結果、ピークにおいて数%の減衰が生じていることがわかる。また、図 6.8 はマイクロフォンの位置における入射波及び反射波の振幅比を示したものである。実験に使用した音響管の内径が  $D=57.5 \text{ mm}$  であるので、平面波入射が満足される周波数は  $D = 0.59\lambda$  とされているから、 $f=3488 \text{ Hz}$  以下となる。吸音物性値の同定に当たっては、この管内伝搬による減衰を補正し、また入射波及び反射波の時間をそれぞれ  $t \pm L/c$  だけずらした吸音層

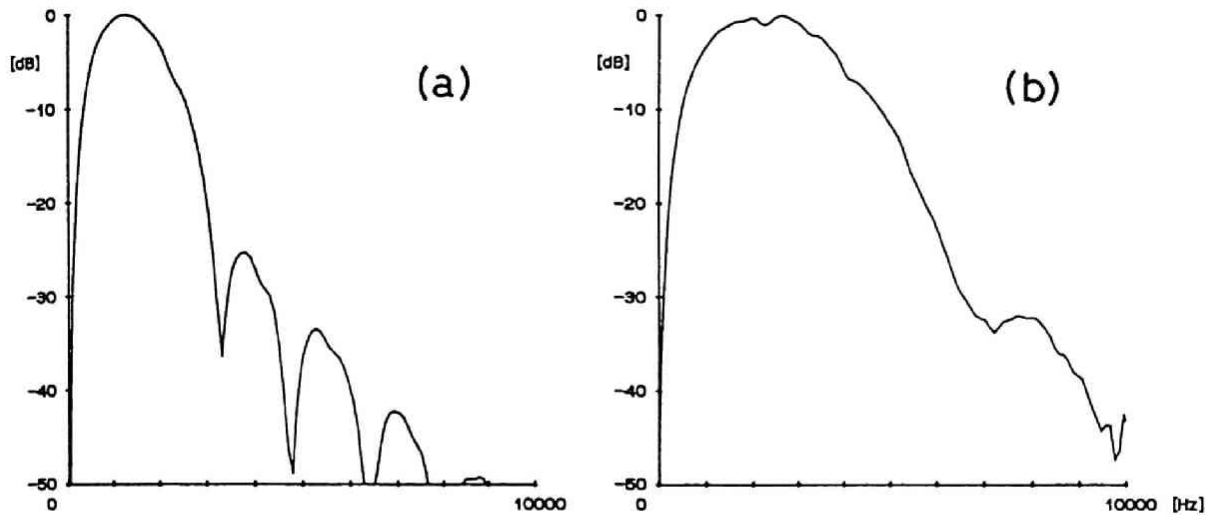


図 6.6: 発生させたパルス音波の周波数特性 : (a) 1.5 KHz 1 波入力, (b) 3 KHz 1 波入力

表面におけるデータを用いている。

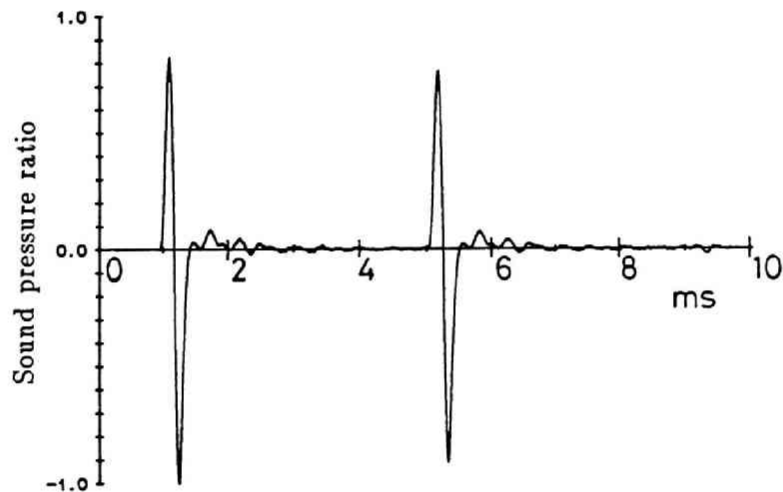


図 6.7: 剛端の場合の入射及び反射波形 (3 KHz 1 波入力の場合)

図 6.9 - 6.12 は、それぞれ 1, 2, 3, 4 mm $\phi$  のガラス玉を層の厚さ  $l=100\text{mm}$  充填した場合の同定結果である。吸音層表面はステンレス製の金網により、他端は 25 mm 厚の真ちゅうのプレートで押さえている。ガラス玉を充填せずこの金網のみの反射波を調べた結果、反射波形に対する影響は全く認められなかった。なお、空隙率はどの径の場合もほぼ 0.38 であった。

点線は吸音層表面への入射波形、実線は同様に吸音層表面での反射波形、また破線は最適化手法により反射波形に最も一致するように計算された波形である。同定された  $\alpha$ ,  $\omega_0$ ,  $\theta$  はそれぞれ図中に示されている。図 6.13 は同定された 3 パラメータの値と密度比  $\rho_p/\rho$  を、ガラス玉径により比較したものである (ただし、 $\theta = c_p/l$  は  $c_p$  で表示)。音源波形 (1.5 Hz, 3 Hz 一波の sin 波) の違いにより、同定された  $\omega_0$  に差が見られるが、これは含まれている周波数成分の違いによる影響、及び  $\omega_0$  が反



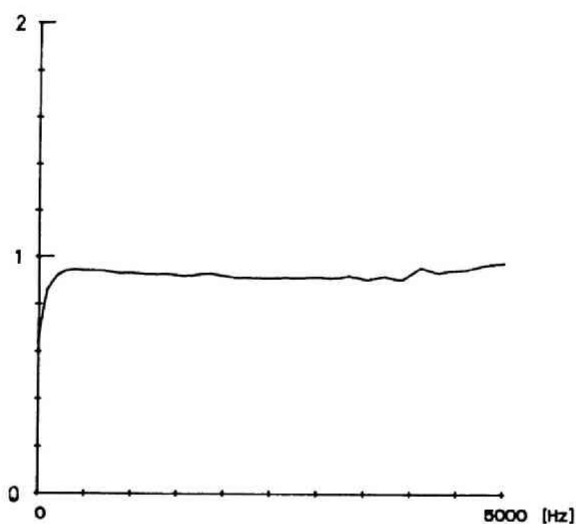


図 6.8: 剛端の場合の入射波及び反射波の振幅比 (3 KHz 1 波入力の場合)

射波に対して他のパラメータほど大きく影響しないためと考えられる。

図 6.14 は旋盤による鉄の削り屑 (空隙率 0.72) に対する同定値である。また図 6.15, 6.16 は電気カンナによる木の削り屑を詰めたものに対する結果である。ここで用いたような材料は、ほぼ剛な多孔材と見なすことができ、3 パラメータにより反射波形がよい精度で予測できることが示されている。

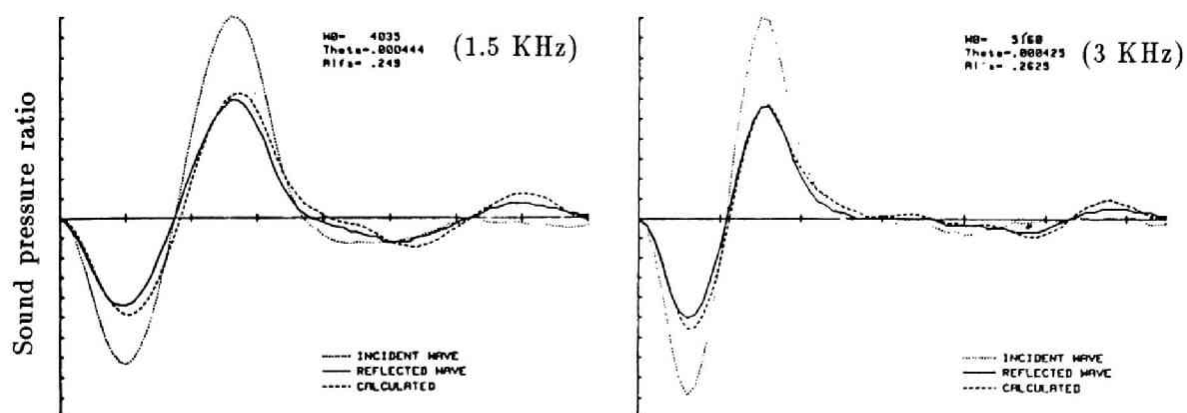


図 6.9: 1 mmφ ガラス玉の吸音物性値及びその値から求めた反射波形

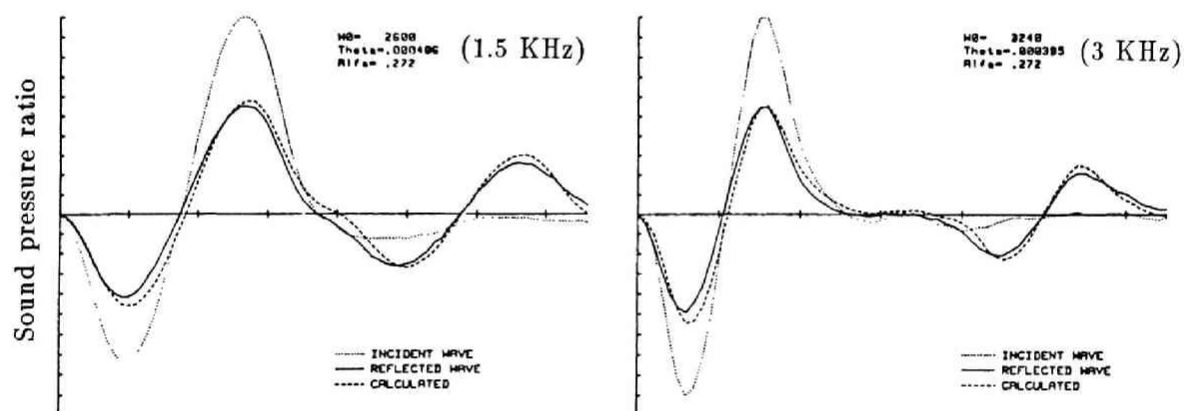


図 6.10: 2 mmφ ガラス玉の吸音物性値及びその値から求めた反射波形

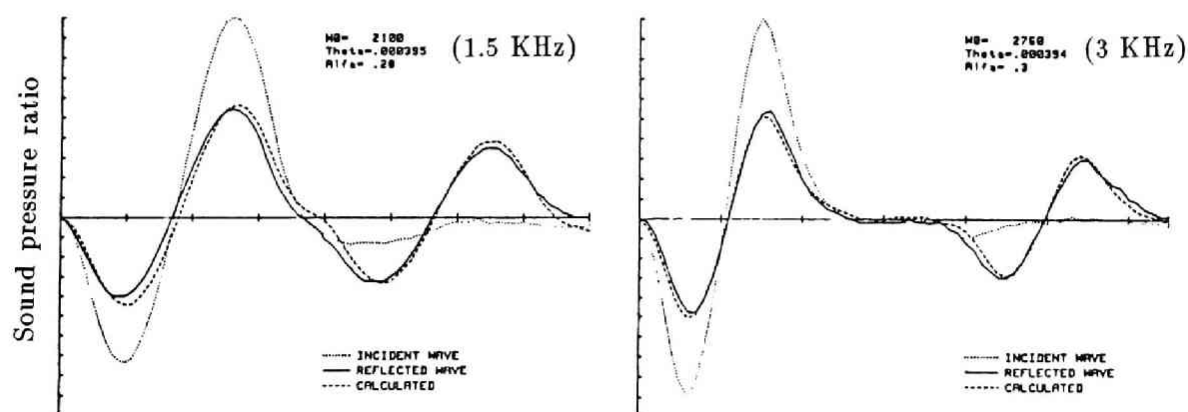


図 6.11: 3 mmφ ガラス玉の吸音物性値及びその値から求めた反射波形

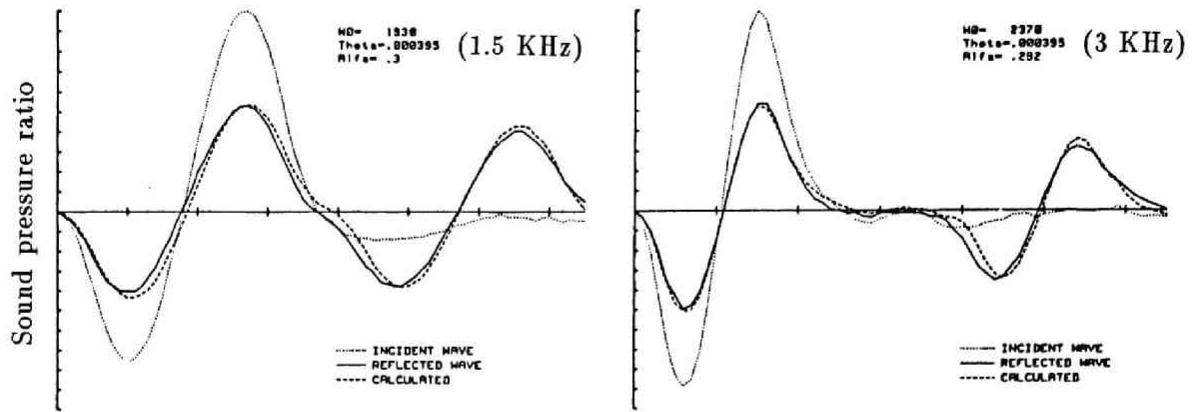


図 6.12: 4 mm $\phi$  ガラス玉の吸音物性値及びその値から求めた反射波形

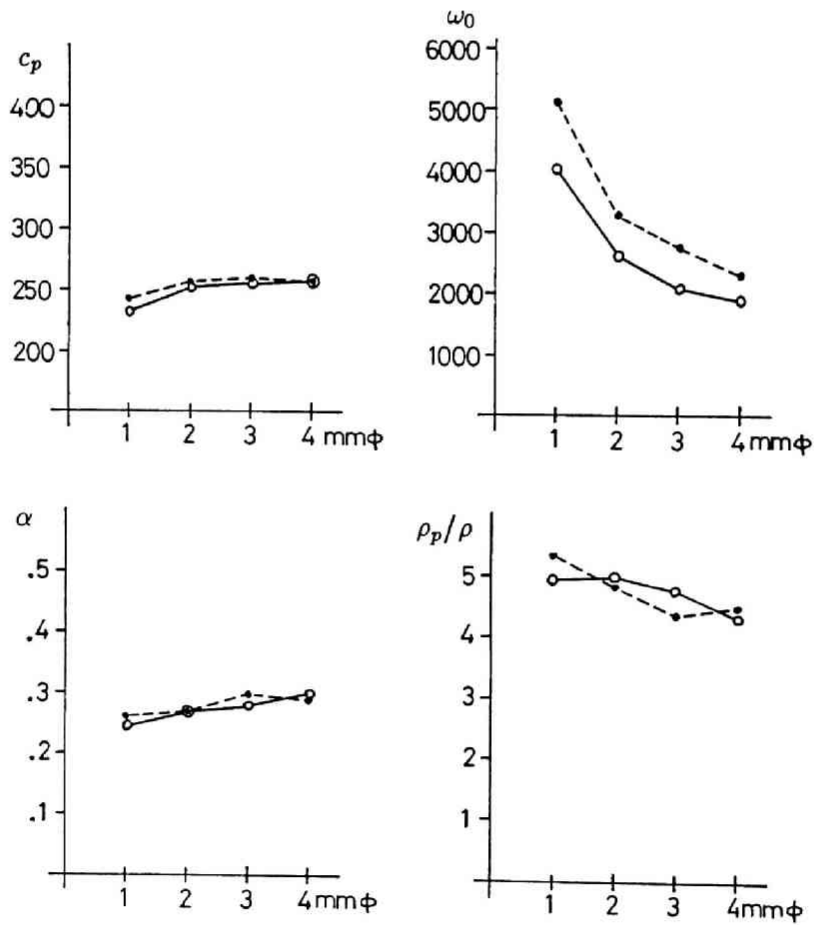


図 6.13: 同定された 3 パラメータ及び密度比  $\rho_p/\rho$  のガラスの粒子径による変化 ( $\theta = c_p/l$  は  $c_p$  で表示):  $\circ$ — $\circ$  1.5 KHz 1 波,  $\bullet$ --- $\bullet$  3 KHz 1 波

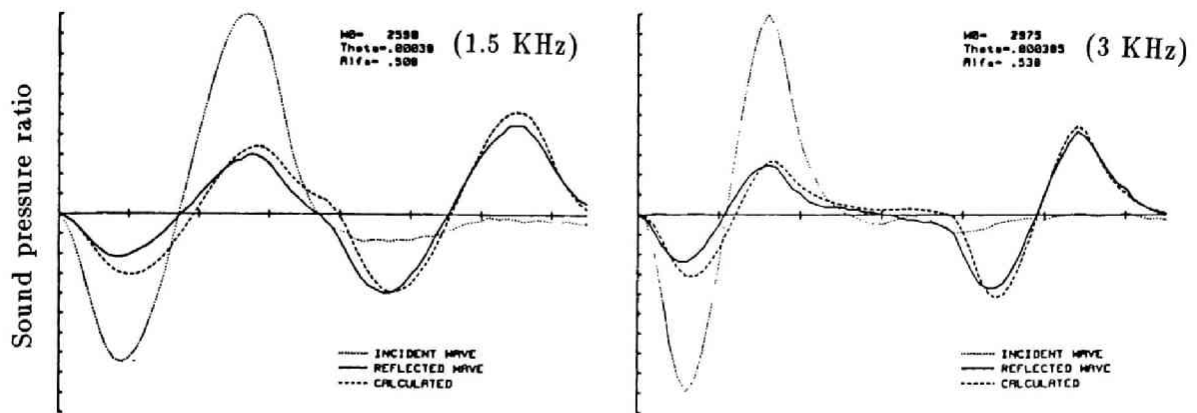


図 6.14: 鉄の削り屑の吸音物性値及びその値から求めた反射波形

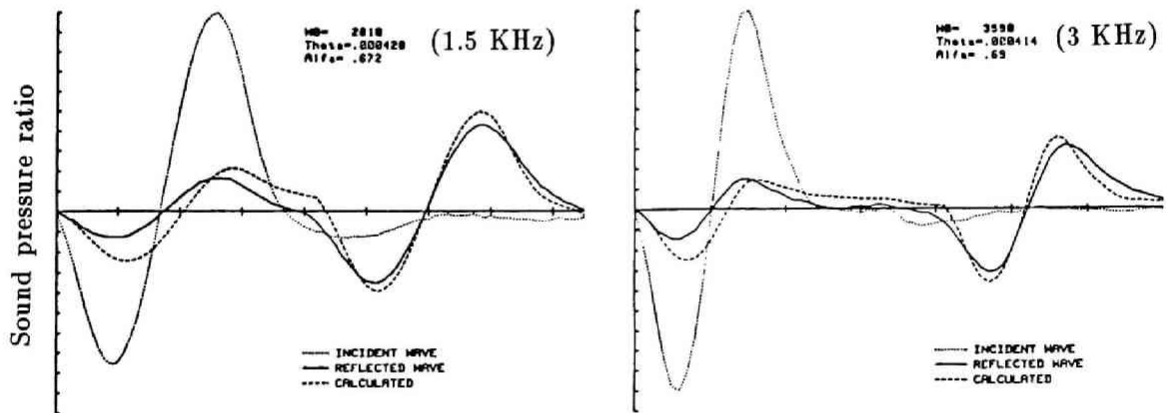


図 6.15: 木の削り屑（密度小）の吸音物性値及びその値から求めた反射波形

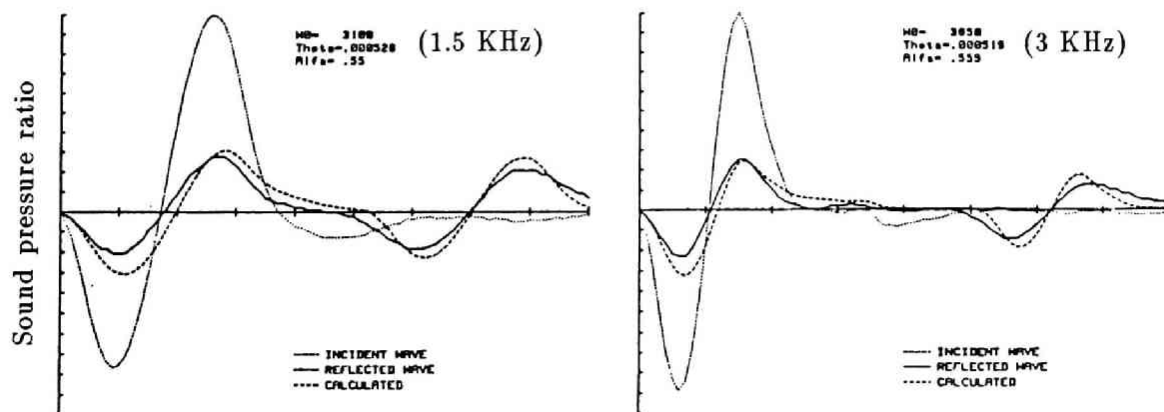


図 6.16: 木の削り屑（密度大）の吸音物性値及びその値から求めた反射波形

## 6.2 ま と め

多孔質吸音層からの反射波計算のため、多孔材料が剛な骨格をもつ材料で構成されているものと仮定し、内部伝搬音及び反射波の計算に必要な3物性値  $\alpha$ ,  $\omega_0$ ,  $\theta$  を、音響管を用いた測定から求める方法について述べた。実際に測定した材料はガラス玉や鉄、木の屑を充填したものであり、これらはほぼ剛な骨格をもった多孔材料と考えられるが、3物性値により反射波形が実用上十分な精度で予測できていることがわかる。

一般によく用いられるグラスウールやロックウール等の繊維質の多孔材料は、通常内部伝搬において減衰が非常に早く、剛な後壁からの反射が無視できることが多い。この場合、内部音速に関する物性値  $\theta$  は必要なく、反射波形は  $\alpha$ ,  $\omega_0$  のみで求められる。この2物性値の推定は既に寺井によって行われているが、Appendix .1 に示すように、周期的定常で定在波法によるも可能である。

## Chapter 7

### 室の過渡音場計算

室内の過渡音場を扱った研究はこれまでも多く発表されている。Krokstad らや Schroeder がほぼ 20 年前に提案した音線法 (ray tracing method) は、デジタル計算機の進歩とともに、最近ではホールの室形状の検討に幅広く用いられている [85] [86] [87] [88][89][90]。一方、鏡像法 (image sources method) もまたこの目的のために用いられることもある [87] [91]。しかしながら、これらの波動を無視した幾何学的な反射のみを考慮する方法では、当然のことながら、複雑な形状をもつ実際のホールの壁面間の反射等を扱う上で、低い周波数領域において大きな誤差を伴うことが予想される。

このような幾何学的な方法に対し、桜井ら [81][92] [93] は Kirchhoff の近似による剛板の反射計算法 (5 章参照) を用い、ホール内の音場をそれらの重ね合わせで求める方法を提案し、高い周波数領域での応答計算に対する利用可能性を示している。また、関口ら [94] も同様に、Kirchhoff の近似を出発点とし、音線法を基礎とした「有限音線積分法」によって室内の過渡音場を求めている。数値解法の性格上からは、桜井らの方法は鏡像法に波動性を考慮したもの、関口らの方法は音線法に波動性を考慮したものとも考えることもできる。しかし、これらの方法が波動性を考慮しているとは言うものの、Kirchhoff の近似を行っていることから回折による影響の扱いが明確でなく、基本的に反射波を追跡する方法をとっているため、反射回数のわずかな増加が莫大な計算量の増加につながるという欠点がある。また、吸音性の壁面に対する扱いもあり明確になっていない。

ホールの形状の検討には、他に模型実験も用いられることもあるが、多くの形状について検討することは実際上困難であり、また、材料の吸音特性や空気の音響吸収に対するシミュレーションは、一部では行われているものの [95] [96] かならずしも容易ではない。

寺井 [79][6][7] は既に、波動方程式の積分表示である Kirchhoff の公式 (BF) を用いて、剛及び吸音室内の過渡音場を計算する方法について提案し、精度の点や境界条件の与え易さなどの面で、他の数値計算法に比べて多くの利点があることを明らかにしている。本研究では、寺井の方法を用いて実際のホールの音場計算を試みるとともに、これまで用いられていない積分方程式 (NDF) の有用性について検討を行い、数値解の安定性等が BF に比べて優れているなどの他、その利点について以下で示す [34][35][36][37] [38]。また、これまで行われていない NDF による吸音室の過渡応答計算例についても示す。

## 7.1 剛室内の過渡音場計算

### 7.1.1 BF による計算

Kirchhoff の公式 (4.7) より, 室が剛な境界  $\Sigma$  をもっているとき, 内部のポテンシャルは

$$\varphi_D(P_s, P, t) + \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \left\{ [\varphi] \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) - \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right] \frac{1}{cr_{pq}} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_q} \right\} dS_q = \varphi(P, t) \quad (P \in \Omega) \quad (7.1)$$

で求められる (図 7.1)。面上のポテンシャルを求めるのに BF を用いるとき, 積分方程式は

$$\varphi_D(P_s, p, t) + \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \left\{ [\varphi] \frac{\partial}{\partial n_q} \left( \frac{1}{r_{pq}} \right) - \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right] \frac{1}{cr_{pq}} \frac{\partial r_{pq}}{\partial n_q} \right\} dS_q = \sigma(p) \varphi(p, t) \quad (p \in \Sigma) \quad (7.2)$$

であり, 前章と同様に直接波に (4.14) を与えて, ポテンシャルに対して  $t^2$  の応答の逐次計算が行える。 $\hat{\Sigma}$  は応答の初期の段階で波面の広がりを考慮した積分領域を表し,  $\sigma(p)$  は  $p$  点において内部領域  $\Omega$  が張る立体角の全立体角に対する比を表す。

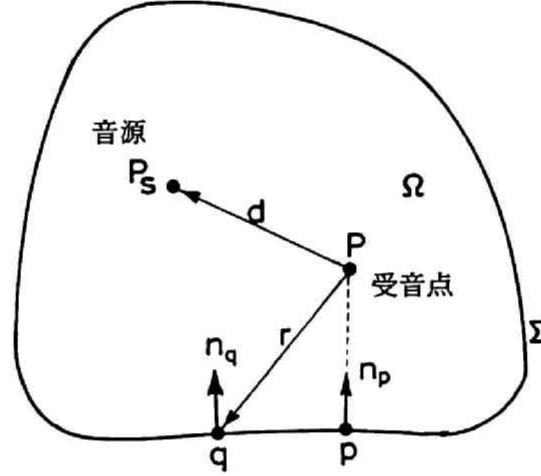


図 7.1: Kirchhoff の公式の記号と領域

時刻 0 より音源  $P_s$  から出始めた球面波は次第に広がり, 境界上に波面が到達した後, 時間的, 空間的なポテンシャル分布を作っていく。境界上で波面の広がりによる影響領域を考慮すると, (7.2) は, 計算の初期の段階では Volterra 型, 影響領域が境界全体に及んだ後は Fredholm 型の積分方程式となる。ただし, Volterra 型から Fredholm 型へ変化する時点は, 遅延値を考慮しなければならないから  $p$  点の位置によって異なってくる。

ここでは, 境界を三角要素の多面体で近似し, (7.2) の積分項の計算を以下のように取り扱っている。即ち, 初期の段階では影響領域を求めなければならないが, 図 7.2 のように  $A, B$  をある三角要素の節点とし,  $r_s, r$  をそれぞれ  $P_s$  及び  $P$  から節点  $A$  までの距離,  $r'_s, r'$  を節点  $B$  までの距離とすれば,

$$\tau_A = t - \frac{r_s + r}{c} > 0, \quad \tau_B = t - \frac{r'_s + r'}{c} < 0 \quad (7.3)$$

のとき,  $A$  は影響領域内にあり,  $B$  は領域外と見なせる。従って,

$$L = \frac{\tau_A}{\tau_A - \tau_B} AB \quad (7.4)$$

とすると、影響領域の先端は  $AB$  上で  $A$  から  $L$  の距離の位置  $M$  にあると考えられる [6]。ある時刻の影響領域（斜線部）の縁辺の位置は、全要素のすべての辺においてこのように求められた点を結ぶことによって近似できる。

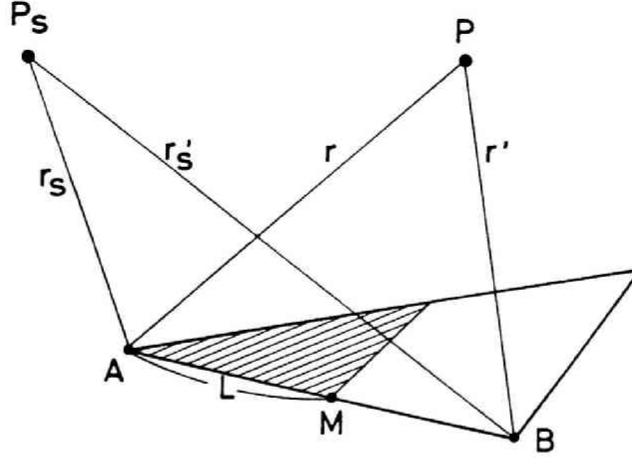


図 7.2: 各時刻の影響領域（斜線部）の決定

(7.2) の積分は

$$-[\varphi] \frac{1}{r^2} - \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right] \frac{1}{cr} = f \quad (7.5)$$

$$\iint \cos(n, r) dS = S' \quad (7.6)$$

とおくと、各要素からの寄与（積分）は影響領域を考慮して、図 7.3 のように

1. 1 頂点  $A$  のみが影響領域に入る場合（図 7.3(a)）

$$\frac{1}{3} f_A S'_{AMN} = \frac{1}{3} f_A S' \left( \frac{y}{\eta} \right) \left( \frac{z}{\zeta} \right) \quad (7.7)$$

2. 2 頂点  $A, B$  が影響領域に入る場合（図 7.3(b)）

$$\frac{1}{3} f_A S'_{AB} + \frac{1}{3} f_B (S'_{ABM} + S'_{BMN}) \quad (7.8)$$

$$S'_{ABM} = S' \frac{y}{\eta}, \quad S'_{BMN} = S_{BMC} \frac{x}{\xi} = S' \left( 1 - \frac{y}{\eta} \right) \left( \frac{x}{\xi} \right) \quad (7.9)$$

従って

$$\frac{1}{3} f_A S' \frac{y}{\eta} + \frac{1}{3} f_B S' \left\{ \frac{y}{\eta} + \left( 1 - \frac{y}{\eta} \right) \frac{x}{\xi} \right\} \quad (7.10)$$

3. 三角要素全体が影響領域に入る場合（図 7.3(c)）

$$\frac{1}{3} (f_A + f_B + f_C) S' \quad (7.11)$$

によって評価した [35]。



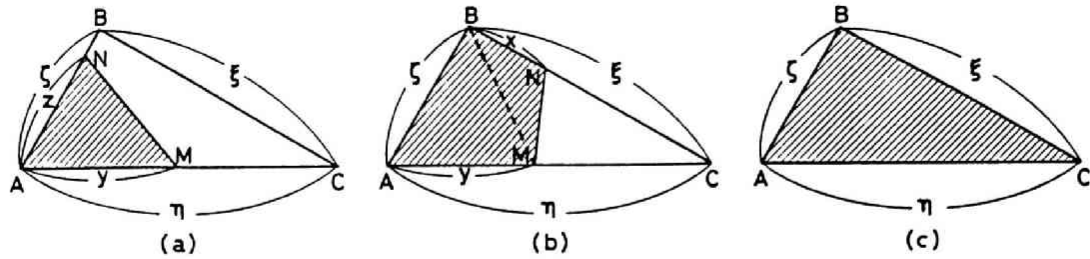


図 7.3: 影響領域の積分の評価: (a) 1 頂点  $A$  のみが影響領域に含まれる場合, (b) 2 頂点  $A, B$  が影響領域に含まれる場合, (c) 要素全体が影響領域に含まれる場合

このように、各節点、各時刻ごとに逐次求めて行けば、面上のポテンシャルの  $t^2$  に対する応答が計算できる。なお、数値計算誤差による高周波域のあばれを押さえるため、時間ステップを進める途中で次のような平滑化を行っている。

$$\varphi_{i-1}^* = \frac{1}{4}(\varphi_i + 2\varphi_{i-1} + \varphi_{i-2}^*) \quad (7.12)$$

### 7.1.2 BF によるホールの音場計算例

寺井は既に、1 辺が 1.48 m の小直方体に対して BF による音場計算を行い、鏡像法による正確な結果と精度よく一致することを示している [79][6]。以下では、実際のホールの形状設計において BF を用いて計算を行った結果を示す。

着席した聴衆に到達する音波は、直接波並びにステージシェル、側壁、天井からの反射音が支配的であると考え、座席部分の影響は無視して計算を行っている。即ち、空間中に下に開いた剛囲いにより、客席部が覆われているものとして扱った。計算対象は約 1000 人収容の左右対象の中規模ホールである。ステージの中央に点音源をおき、時間ステップ  $\Delta t = 0.002$  sec, 6 ステップ (継続時間 0.012 sec) の三角波応答を計算により求めた。従って、求められる最大の周波数は 250 Hz までとなる。積分方程式の数値計算においては、左右対称の形状のため片方のみ三角要素に分割した。また、領域が close していないことから、Kirchhoff の近似による計算を行っている。この計算法の特徴は、境界上のポテンシャルが解かれた後は任意の空間の点でいくらかでも音場の計算が可能になることであり、他の音線法や鏡像法のように受音点が変われば計算を最初からやり直すと言ったような問題がなく、非常に優れた方法と言える。求められた計算波形の一例を図 7.4 に示すが、空間の点の音場は境界上のポテンシャルの総和である (Kirchhoff の公式) ことから、各壁面からの反射音 (寄与) を独立して計算でき、到来音の方向性が検討できる利点がある。

図 7.5 に示す A タイプ及び B タイプの形状で 19 点の座席位置で過渡応答波形を比較検討した結果を、それぞれ図 7.6, 7.7 に示す。数値計算に用いた節点数、三角要素数は A タイプで 318, 574, また、B タイプでは 335, 608 であり、各三角要素の辺長は最大でも 2.5 m 以下となるように分割を行っている。A タイプは通常の多目的ホールの形状を想定しており、また、B タイプはプロセニウム部分を取り去った one box タイプとしたものである。

両者の過渡波形の比較を行うと、全体的に B タイプの方が反射音が順次重ならず到来していることがわかる。一般には、減衰波形がもみの木状となることが望ましいと言われており、また、これは残響減衰波形の滑らかさにつながるから、B タイプの方が好ましい音場が得られているものと思われる。また、図 7.8, 7.9 はそれぞれステージ上の 10 点の応答計算結果である。

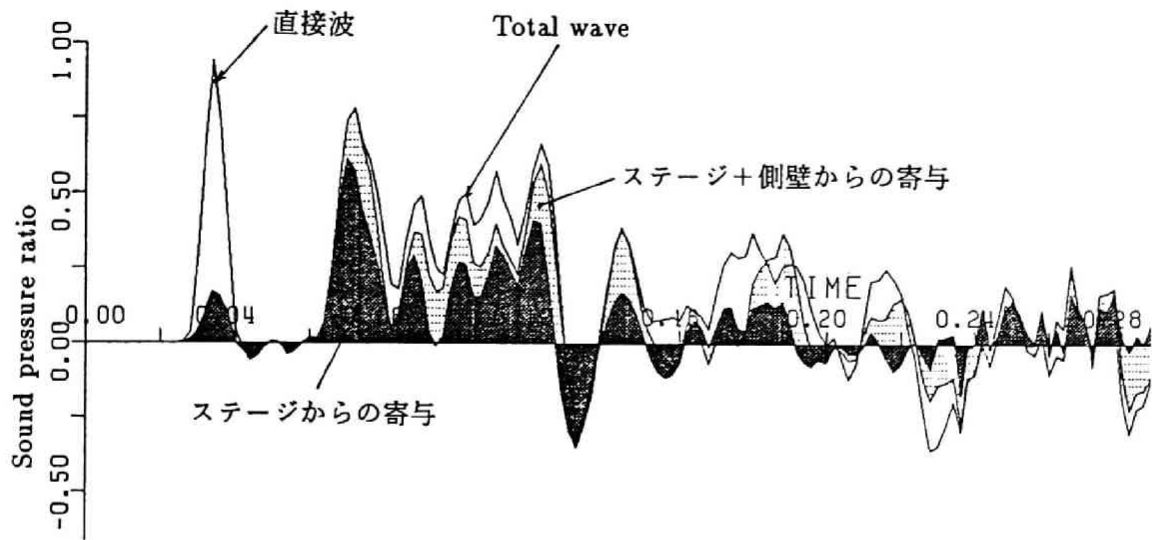


図 7.4: ホールの過渡応答波形の計算例: 実線は全音場, 黒く塗りつぶした波形はステージからの寄与, 点を施した波形はステージ及び側壁からの寄与を表す。最初に現れている波形は直接波である。

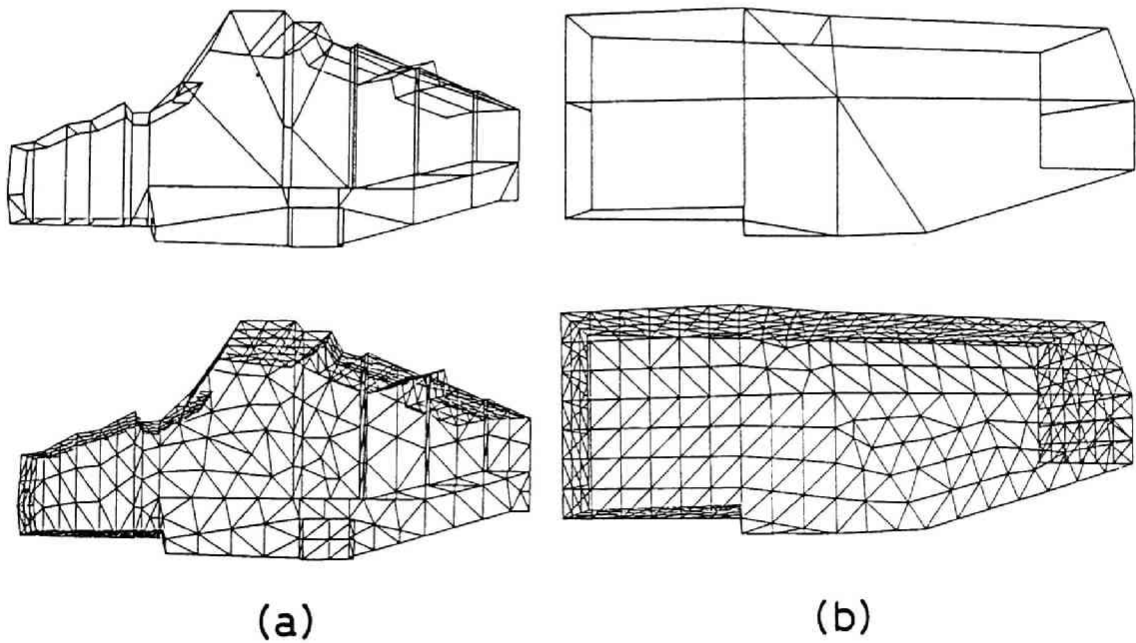


図 7.5: 比較検討した (a), (b) 2 タイプのホール: 下段の図は三角要素への分割の様子を示している

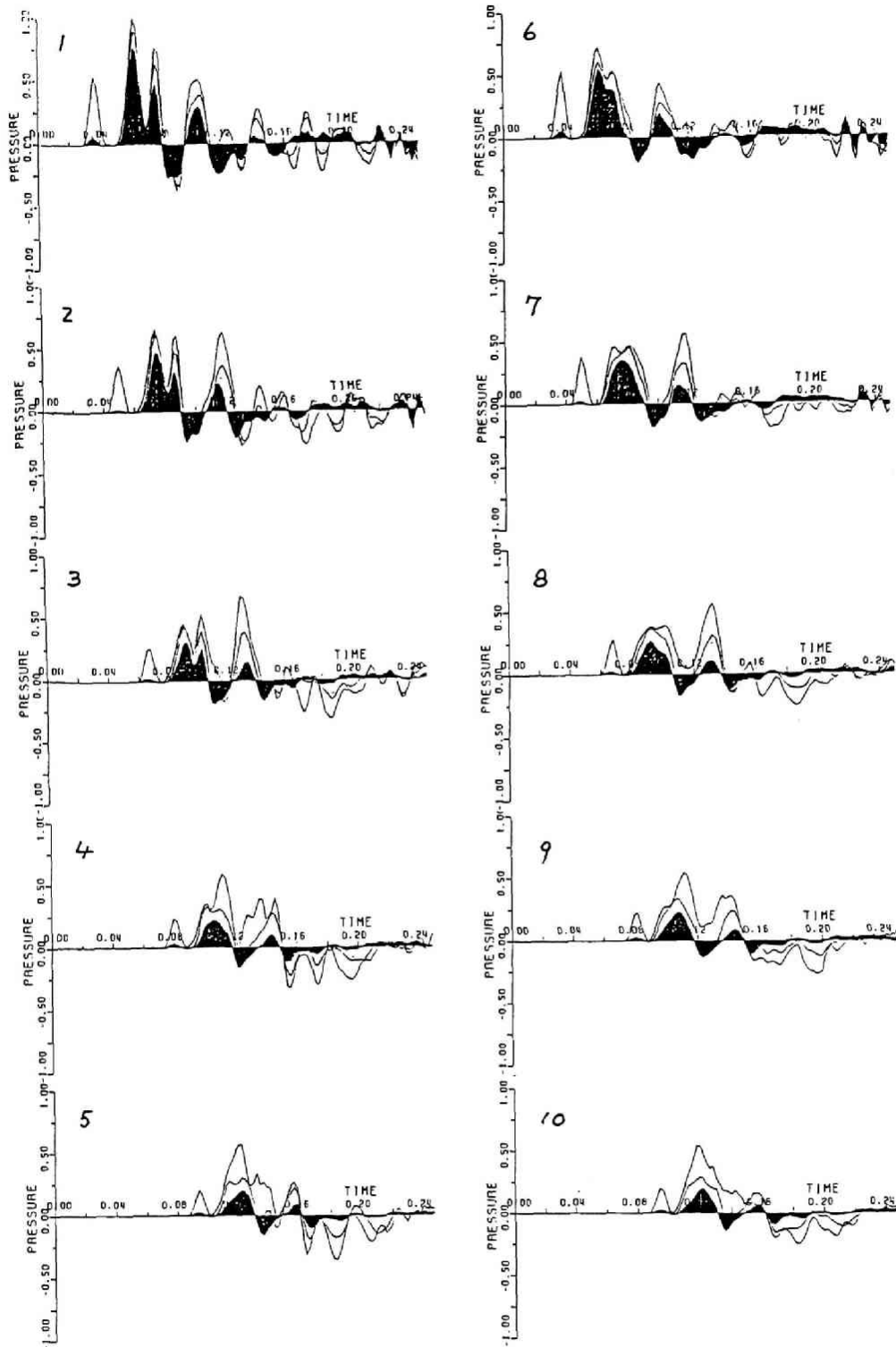


図 7.6: A タイプ No. 1 - 19 の座席位置で計算された過渡応答波形: 節点数 318, 三角要素数 574,  $\Delta t = 0.002$  sec, 音源は 6 ポイントの三角波, 実線は全音場, 黒く塗りつぶした波形はステージからの寄与, 点を施した波形はステージ及び側壁からの寄与を表す。最初に現れている波形は直接波である。

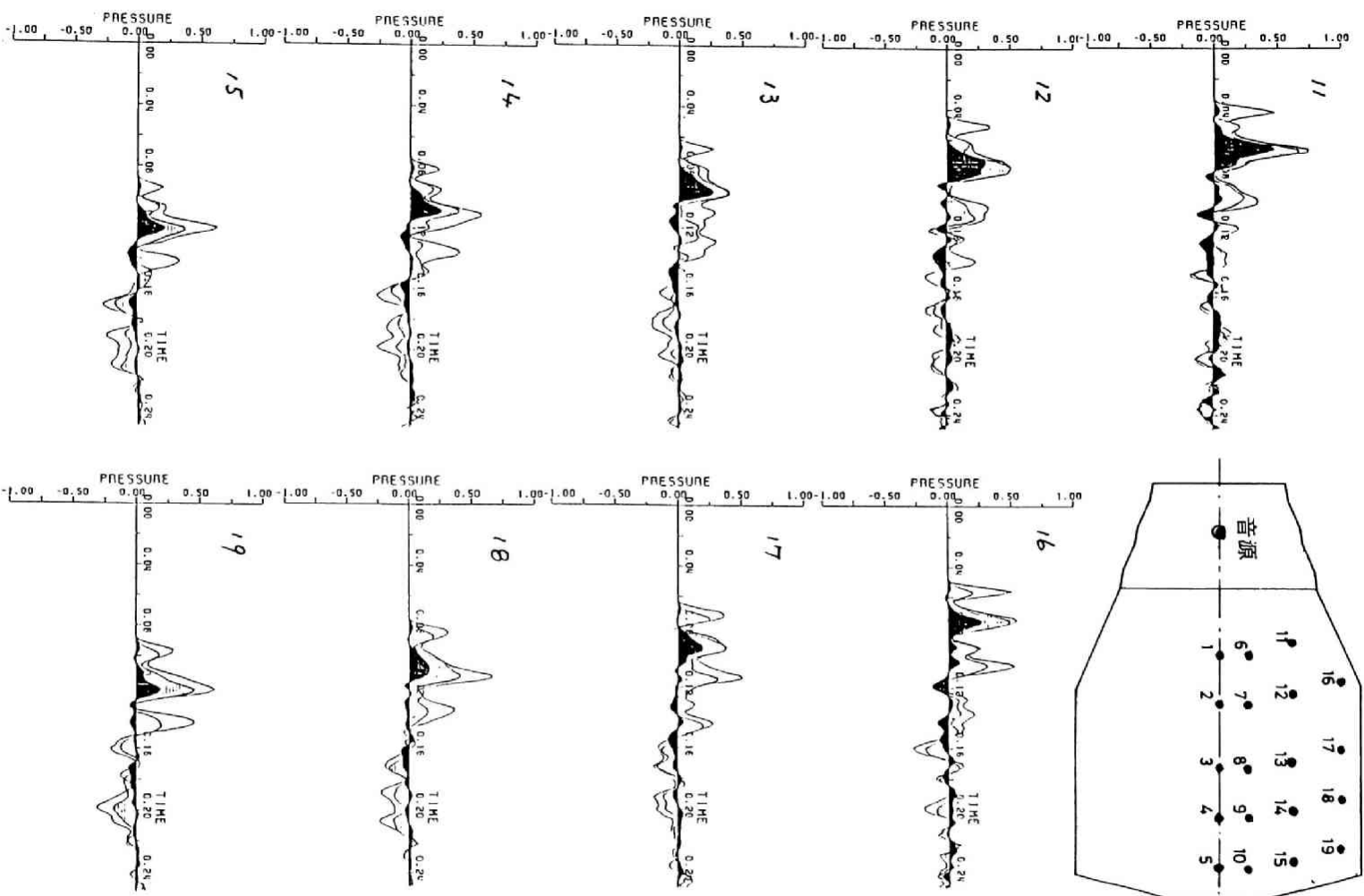


図 7.6 : 続き

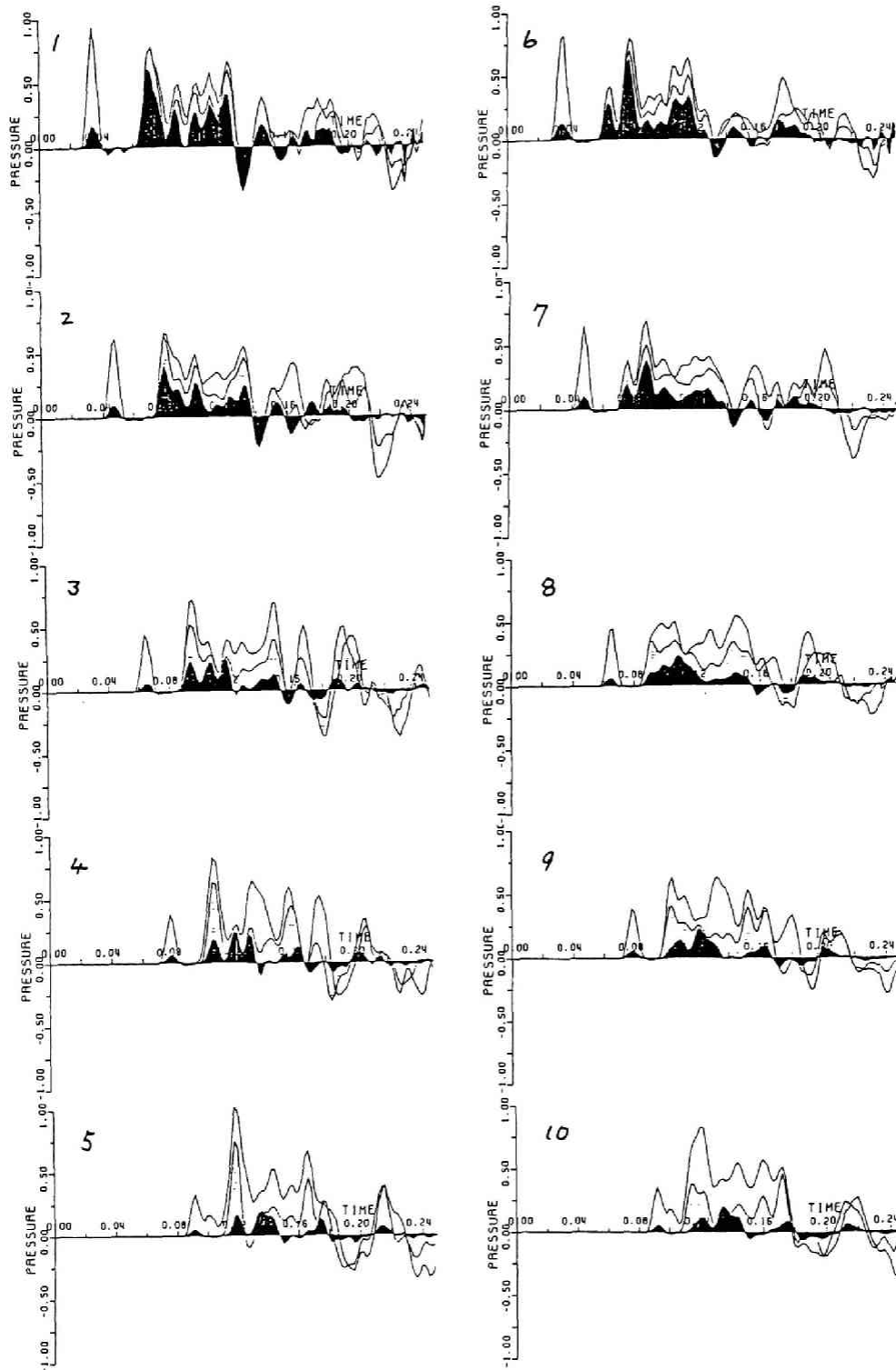


図 7.7: B タイプ No. 1 - 19 の座席位置で計算された過渡応答波形: 節点数 335, 三角要素数 608,  $\Delta t = 0.002$  sec, 音源は 6 ポイントの三角波, 実線は全音場, 黒く塗りつぶした波形はステージからの寄与, 点を施した波形はステージ及び側壁からの寄与を表す。最初に現れている波形は直接波である。

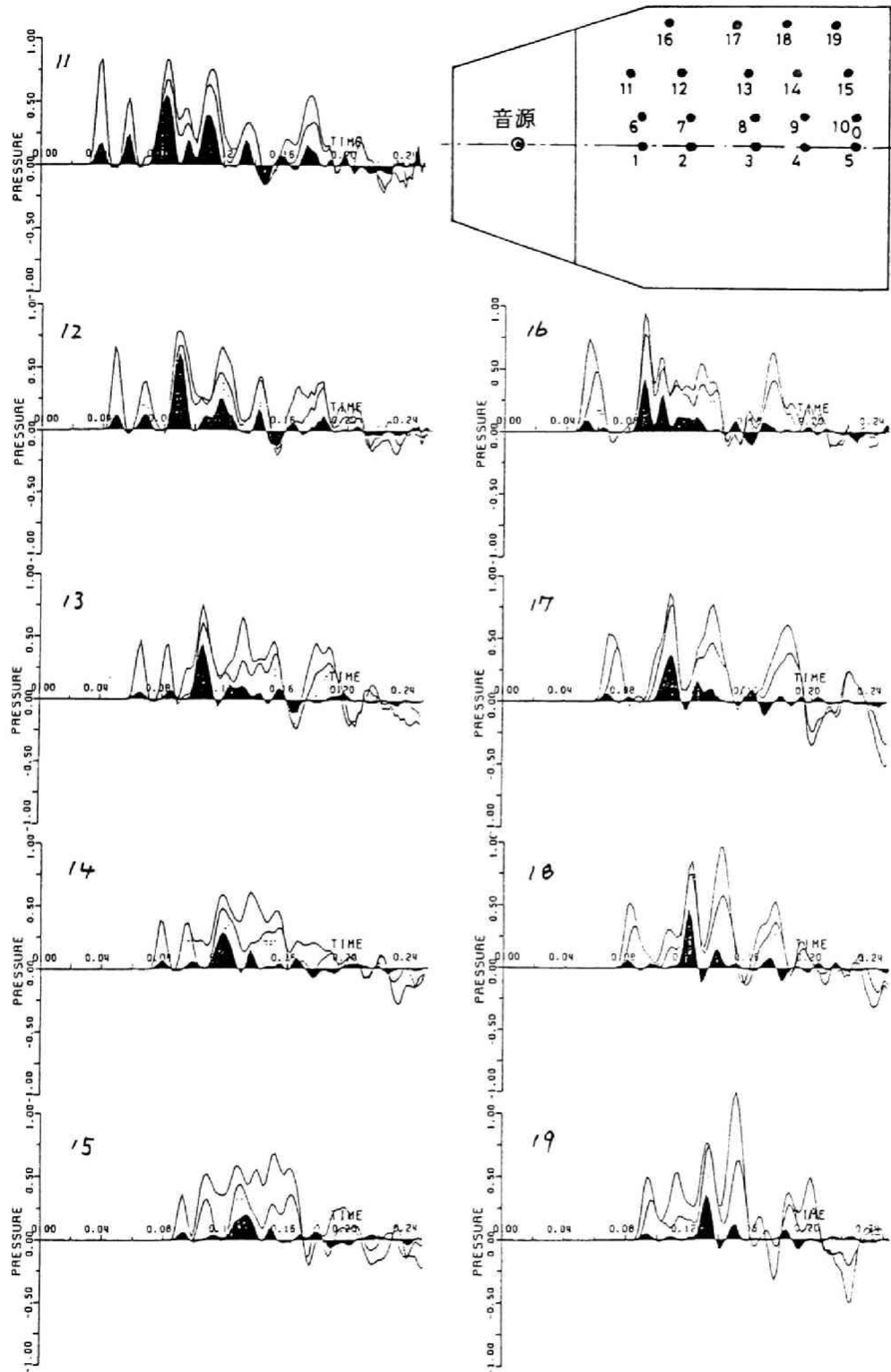


図 7.7 : 続き

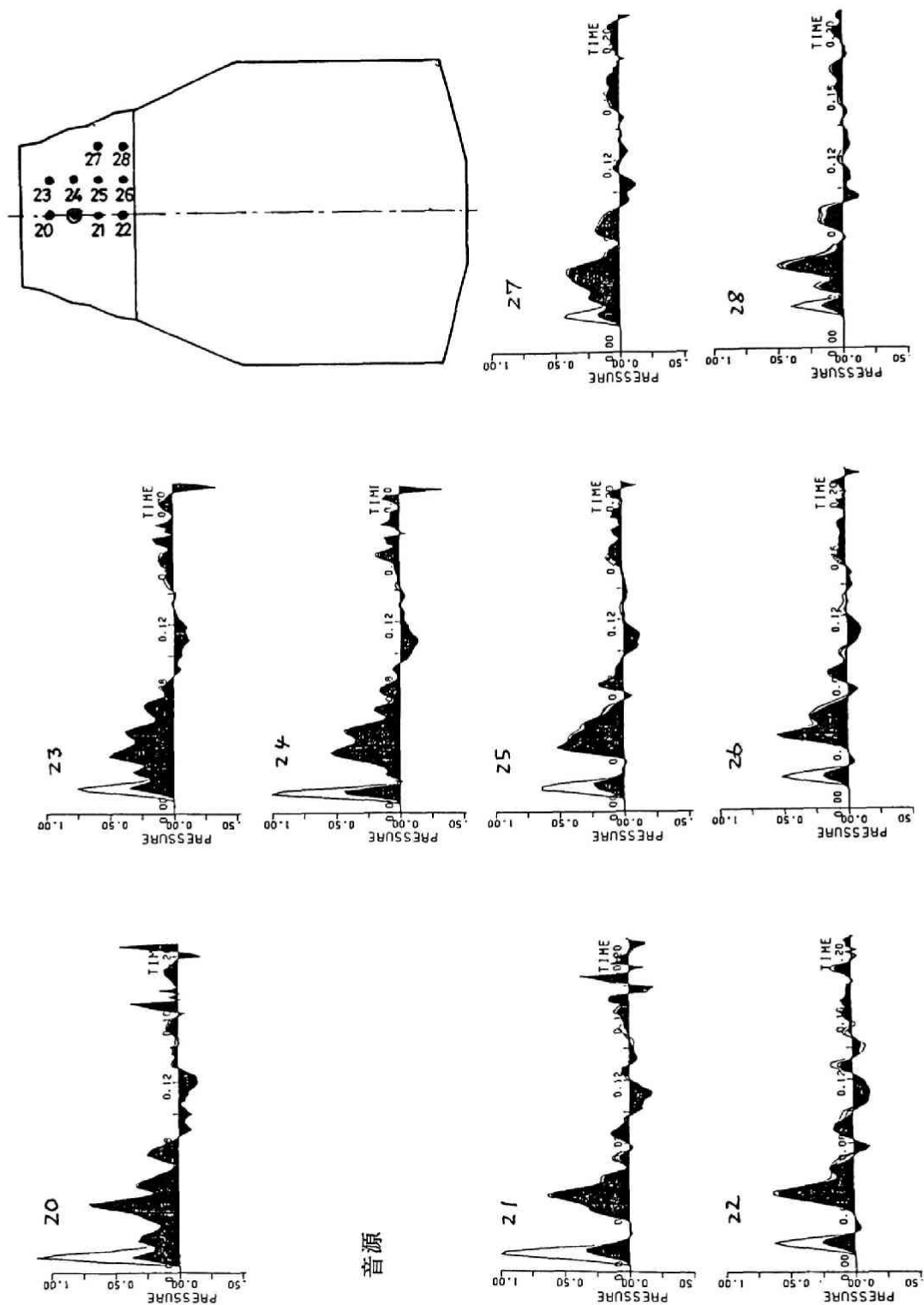


図 7.8: A タイプステージ上 No. 20 - 28 の位置で計算された過渡応答波形: 計算の条件は図 7.6 と同じである

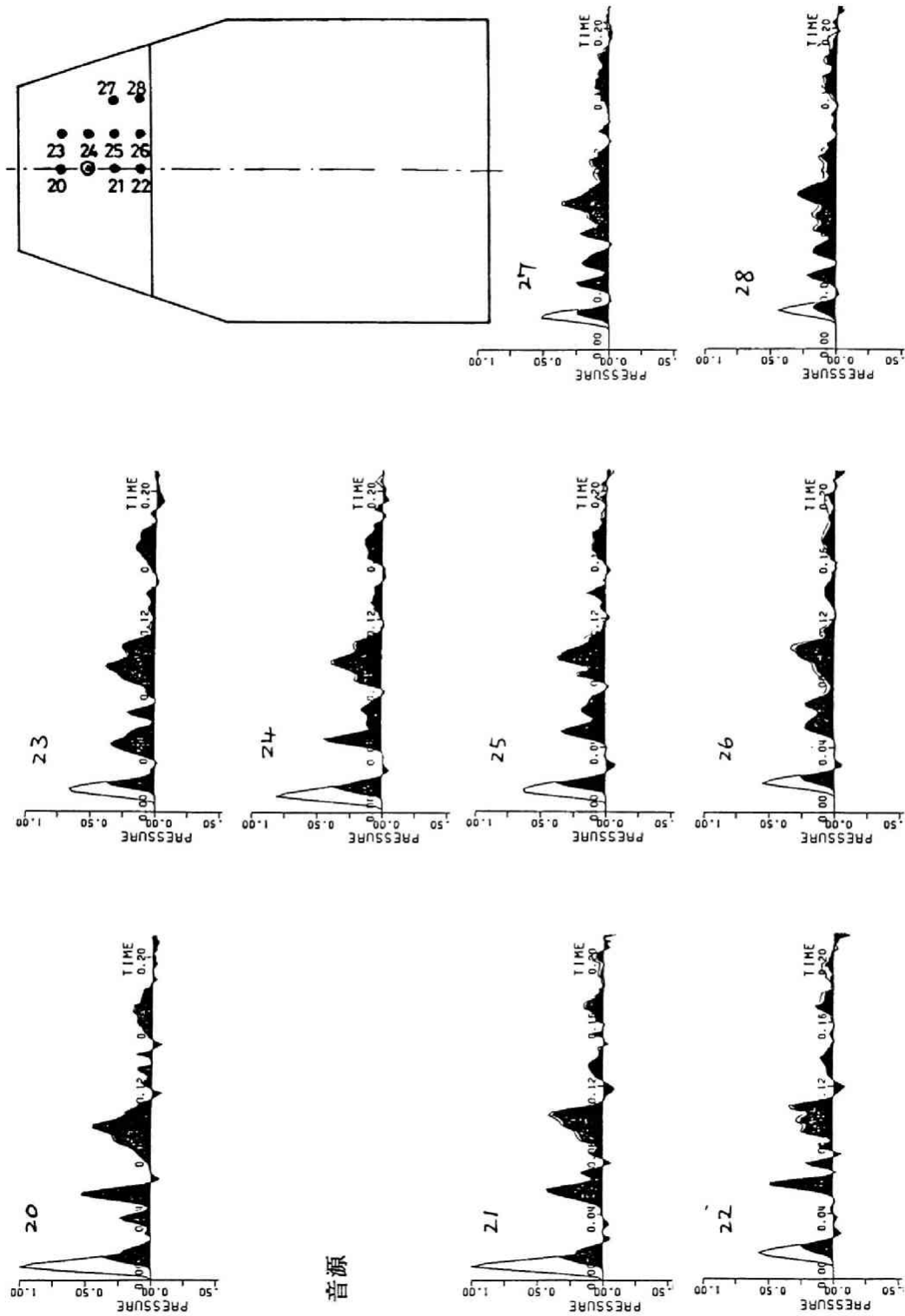


図 7.9: B タイプステージ上 No. 20 - 28 の位置で計算された過渡応答波形: 計算の条件は図 7.7 と同じである



### 7.1.3 NDF による計算

先に行った BF による計算では、座席面の影響は無視し、空間中に下に開いた剛な囲いが座席面を覆っていると考えて、裏側のポテンシャル分布を 0 とする Kirchhoff の近似によって計算した。前章の剛な薄板に対する計算で示したように、このような条件では NDF(5.5) 式を用い、両面のポテンシャル差を考慮して計算すれば、より精度の高い音場の計算が可能である。

BF 及び NDF による数値解の安定性を調べるため、図 7.10 に示すような、上部の開いた直方体の中央に点音源  $P_s$  を置き、受音点  $P_0$  における応答を両者によって求めてみた。7.1.2 の計算では、波面の広がりやを考慮しながら要素内の分布を直線近似して積分方程式を解いたが、NDF を用いた計算では、各要素内でポテンシャル分布を一様と近似して計算を行うため、BF においても同様の近似を行い、各要素からの寄与も (4.26) の線積分によって評価した。この両者の計算法による差を比較したのが図 7.11 であり、双方に顕著な差は見られない。

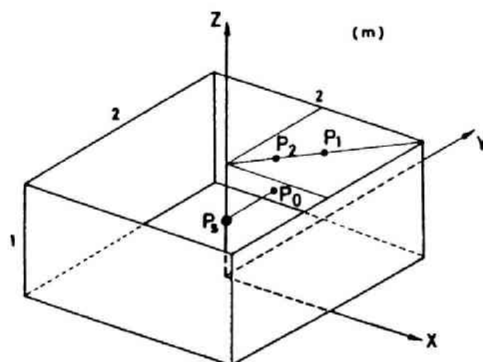


図 7.10: 上部の開いた直方体囲い内の過渡音場: 音源位置  $P_s(0,0,0.5)$ , 受音位置  $P_0(0.5,0.5,0.5)$ ,  $P_1(0.5,0.5,1)$ ,  $P_2(0.25,0.25,1)$

図 7.12 (a), (b) はそれぞれ、音源波形 (式 (4.14) 参照) として  $f(t) = t^2$  を与えたとき、(c), (d) は  $f(t) = t$  を与えたときの BF 及び NDF による計算結果の比較で、実線は平滑化を行った場合、点線は行わない場合である。数値計算には、1 辺が 0.2 m の矩形要素、時間ステップは 0.15 msec を用いた。 $f(t) = t^2$  の場合は数値計算誤差の蓄積によるものと考えられる応答の乱れが後半で生じている。 $f(t) = t$  の場合、乱れはかなり減少しており平滑化処理を行えば安定した解が得られていることがわかる。いずれの場合にも NDF を用いた方が BF を用いた結果よりも安定した解が得られている。また、この計算では  $\Delta x/c\Delta t = 3.92$  であったが、この値が小さくなれば乱れも減少した。

図 7.13 は 2.5 mm 厚鉄板で作成した 1/4 模型による実験結果と NDF による計算結果の比較である。両者は概ねよい一致を示しているが、多少の差が見られるのは、実験では鉄板の振動を完全に押さえることができなかったためと思われる。

図 7.14 は図 7.10 と同形状の開いた剛直方体内の応答を NDF 並びに鏡像法によって求めた結果を比較したものである。時間の経過とともに多少のずれが見られるが、両者は良好な一致を示していることがわかる。

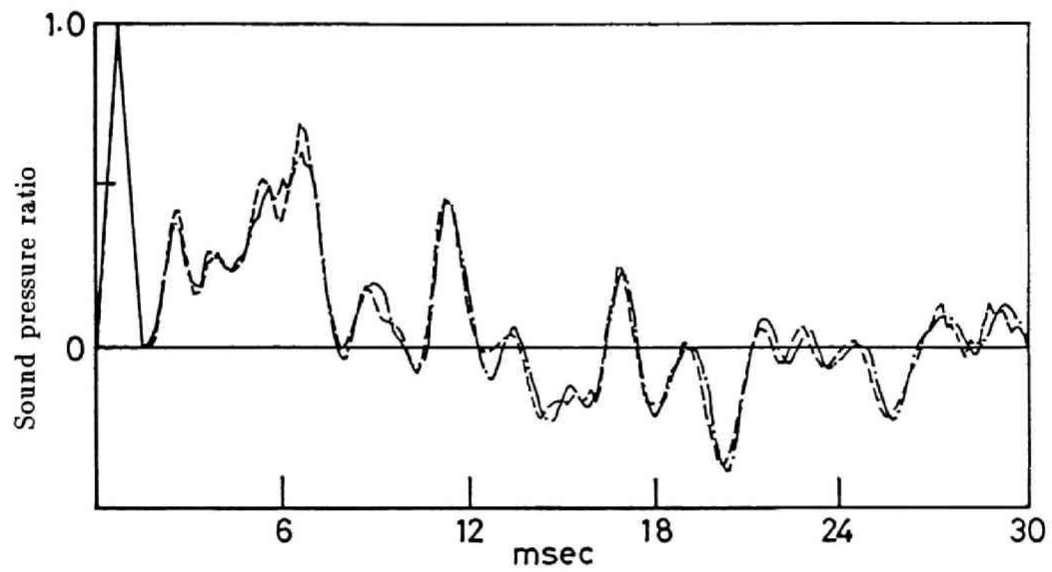


図 7.11: 波面の広がり考慮し分布関数に直線近似を用いたとき (—) と一様近似を用いたとき (-----) の応答の比較: 音源位置  $P_s(0,0,0.5)$ , 受信位置  $P_0(0,0.5,0.5)$

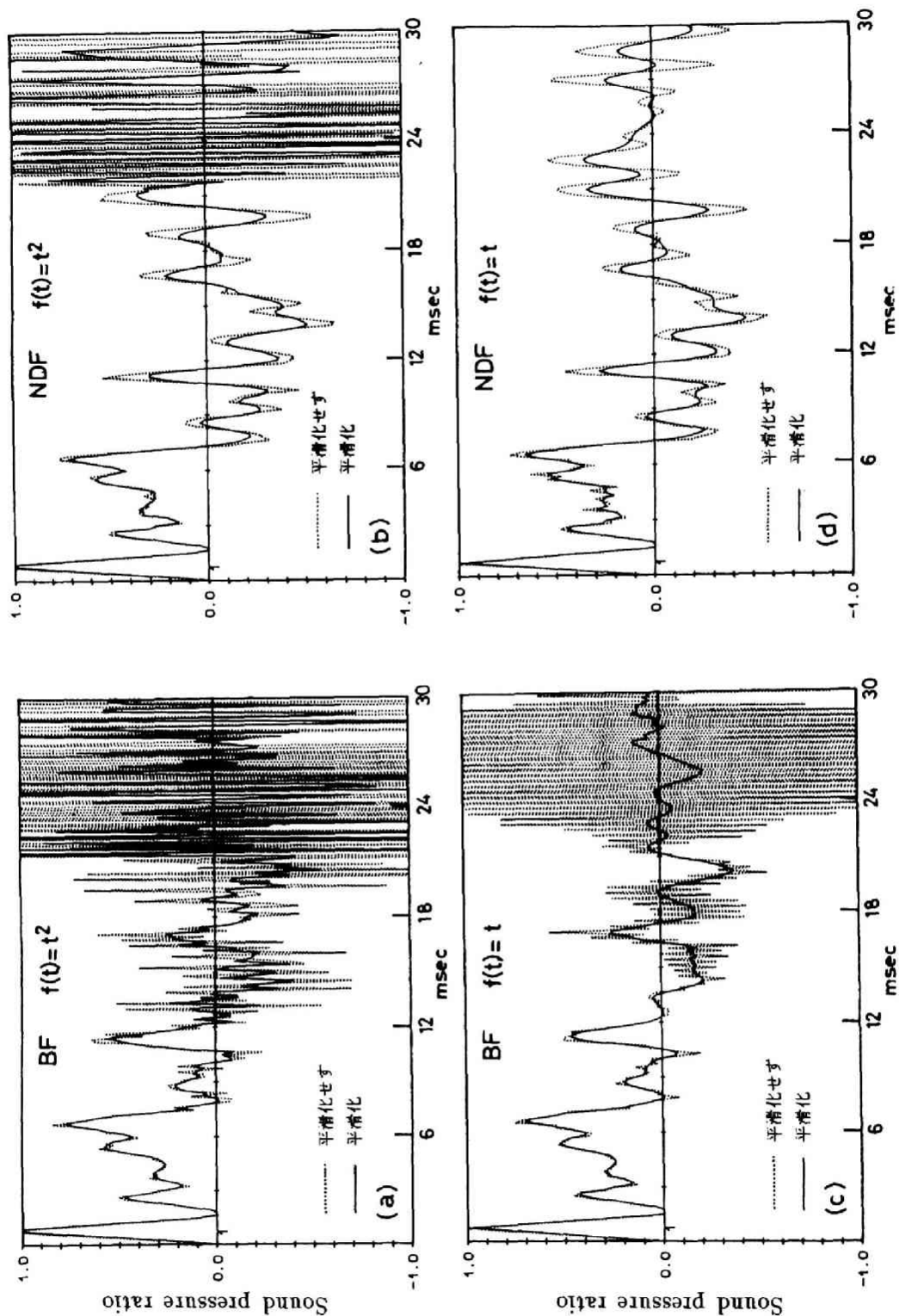


図 7.12: 上部の開いた直方体囲い内の過渡音場: 音源位置  $P_s(0,0,0.5)$ , 受音位置  $P_0(0,0.5,0.5)$  で BF と NDF 及び音源の違いによる解の安定性の比較

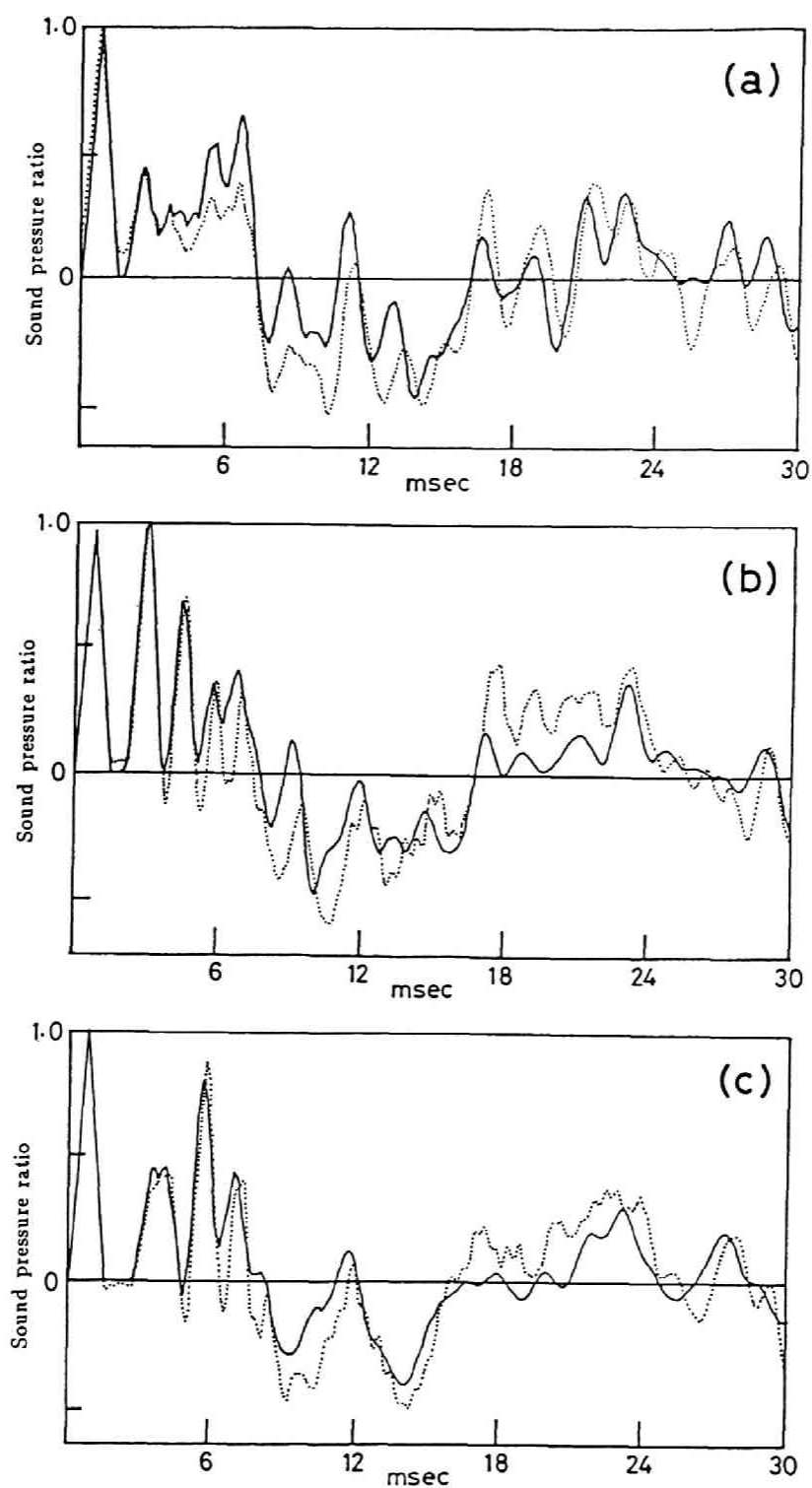


図 7.13: 上部の開いた直方体囲い内の NDF による過渡応答計算結果と実験値との比較: 音源位置  $P_s(0,0,0.5)$ , 受信位置は (a)  $P_0(0,0.5,0.5)$ , (b)  $P_1(0.5,0.5,1)$ , (c)  $P_2(0.25,0.25,1)$ , ..... 実験値, — 計算値

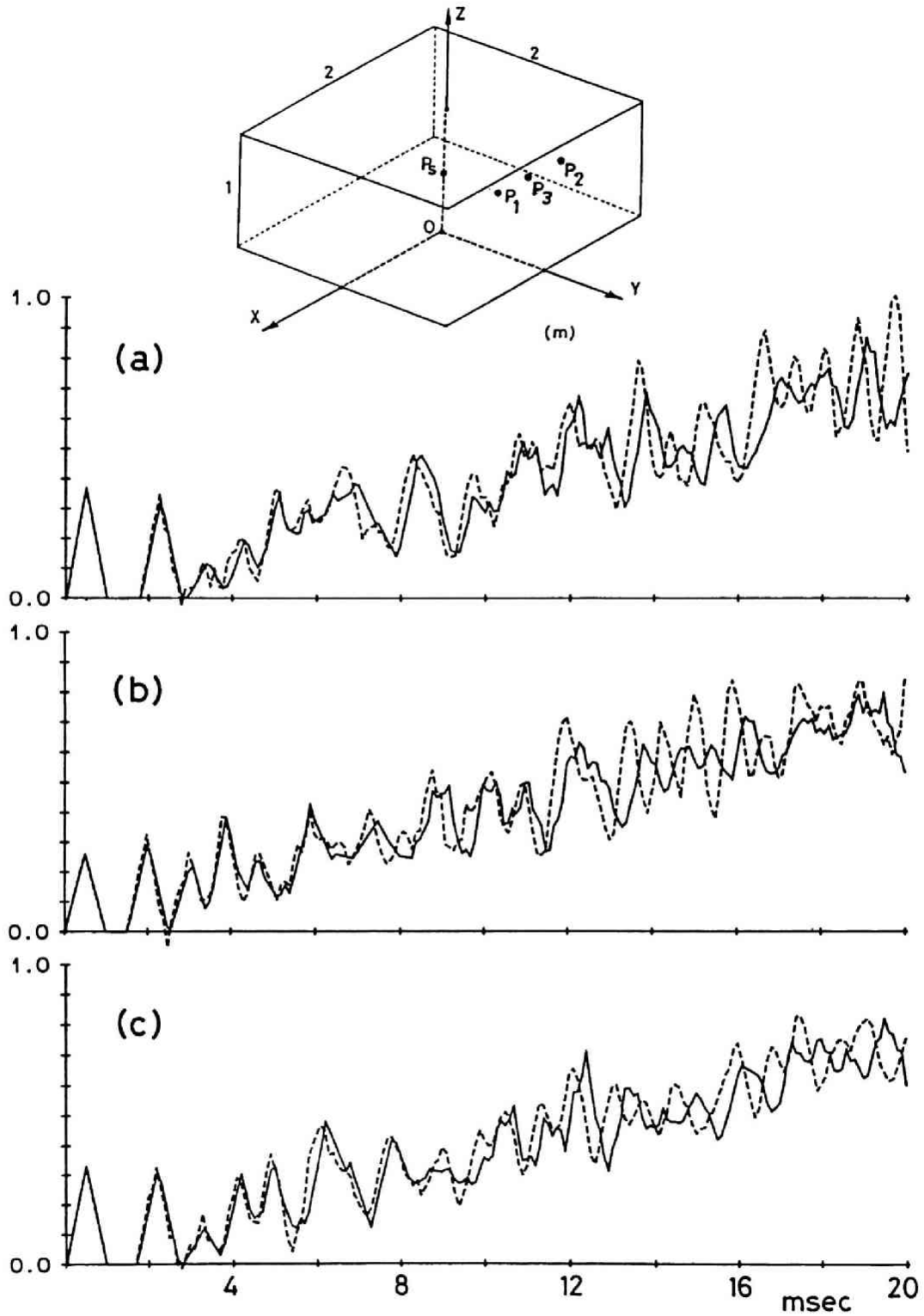


図 7.14: 閉じた剛直方体室内の過渡応答 (NDF と鏡像法による結果の比較): 音源位置  $P_s (0, 0, 0.5)$ , 受音位置は (a)  $P_1(0, 0.5, 0.5)$ , (b)  $P_2(0.5, 0.5, 0.5)$ , (c)  $P_3(0.25, 0.5, 0.5)$ , ——— 鏡像法による計算値, - - - - - NDF による計算値

## 7.2 吸音室内の過渡音場計算

前節では周壁はすべて剛として扱ったが、実際のホールでは残響時間制御等の目的のため吸音面がしばしば用いられる。寺井はすでに周壁に多孔質吸音層をもつ立方体内の過渡音場を積分方程式 (BF) によって解いた例を示している [6][7][79]。ここでは NDF を用いる方法といくつかの計算例について示す。

剛壁面に貼られた多孔質吸音層に侵入した音が十分早く減衰し、剛な後壁の影響が無視できる場合を考える。また吸音面は locally reactive と仮定する。このとき impulse admittance  $a(t)$  は (6.22) より

$$\begin{aligned} a(t) &\approx \frac{1}{\rho_p c_p} \left\{ \delta(t) - \frac{\omega_0}{2} F\left(\frac{\omega_0}{2}t\right) \right\} \\ &\approx \frac{1}{\rho_p c_p} \left\{ \delta(t) - \frac{\omega_0}{2} \exp\left(-\frac{2}{3}\omega_0 t\right) \right\} \end{aligned} \quad (7.13)$$

と近似できるから [6]、吸音層表面の粒子速度は

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi(t)}{\partial n} &= \int_0^t p(\tau) a(t-\tau) d\tau \\ &= \rho \int_0^t \frac{\partial \varphi(\tau)}{\partial t} a(t-\tau) d\tau \\ &= \frac{\alpha}{c} \left\{ \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t} - \frac{\omega_0}{2} \int_0^t \exp\left(-\frac{2}{3}\omega_0(t-\tau)\right) \frac{\partial \varphi(\tau)}{\partial t} d\tau \right\} \end{aligned} \quad (7.14)$$

と表わすことができる。ただし、 $\alpha = \rho c / \rho_p c_p$  である。 $\beta = \frac{2}{3}\omega_0$  とおき、(7.14) の積分項を間隔  $\Delta t$  ごとに台形公式により積分すれば

$$\begin{aligned} \int_0^t \exp\{-\beta\omega_0(t-\tau)\} \frac{\partial \varphi(\tau)}{\partial t} d\tau &= \frac{\Delta t}{2} \left\{ \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t} - \exp(-\beta\Delta t) \frac{\partial \varphi(t-\Delta t)}{\partial t} \right\} \\ &\quad + \exp(-\beta\Delta t) \int_0^{t-\Delta t} \exp\{-\beta(t-\Delta t-\tau)\} \frac{\partial \varphi(\tau)}{\partial t} d\tau \end{aligned} \quad (7.15)$$

と表わされるから、(7.14) は

$$\frac{\partial \varphi(t)}{\partial n} = \frac{\alpha}{c\Delta t} \left( 1 - \frac{\omega_0\Delta t}{4} \right) \varphi(t) - \Phi(t-\Delta t) \quad (7.16)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \Phi(t-\Delta t) &= \frac{\alpha}{c\Delta t} \left( 1 - \frac{\omega_0\Delta t}{4} \right) \varphi(t-\Delta t) + \frac{\alpha}{c} \exp(-\beta\Delta t) \left( 1 + \frac{\omega_0\Delta t}{4} \right) \frac{\partial \varphi(t-\Delta t)}{\partial t} \\ &\quad - \exp(-\beta\Delta t) \frac{\partial \varphi(t-\Delta t)}{\partial n} \end{aligned} \quad (7.17)$$

となる。

NDF(4.13) を用い、代表点を要素中心にとって各要素からの寄与を線積分 (4.25)(4.29) によって評価すると

$$\frac{\partial \varphi_D(p, t)}{\partial n_p} - \frac{1}{2c} \frac{\partial \varphi(p, t)}{\partial t} + U + V = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\alpha}{c\Delta t} \left( 1 - \frac{\omega_0\Delta t}{4} \right) \varphi(t) - \Phi(t-\Delta t) \right\} \quad (7.18)$$

ただし,

$$\begin{aligned}
 U &= \sum_M \left[ -\frac{Z_p \sin \theta}{4\pi} \int_{x_L}^{x_U} dx \int_{r_L}^{r_U} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{1}{r^3} + \frac{\partial}{\partial t} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{1}{cr^2} \right\} dr \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\cos \theta}{4\pi} \int_{\phi_L}^{\phi_U} d\phi \int_{r_L}^{r_U} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \left( \frac{Z_p^2}{r^3} - \frac{1}{r} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{Z_p^2}{cr^2} \right\} dr \right] \\
 &= \sum_M \left[ -\frac{Z_p \sin \theta}{4\pi} \int_{x_L}^{x_U} \left( \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{1}{r^3} + \frac{\partial}{\partial t} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{1}{cr^2} \right) \Big|_{r=r_L}^{r=r_U} dx \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\cos \theta}{4\pi} \left\{ \oint_{\Gamma_M} \left( \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \left( \frac{Z_p^2}{r^3} - \frac{1}{r} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{Z_p^2}{cr^2} \right) d\phi \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \varphi \left( t - \frac{|Z_p|}{c} \right) \varepsilon_M \right\} \right] \quad (7.19)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V &= \sum_M \left[ \frac{\sin \theta}{4\pi} \int_{x_L}^{x_U} dx \int_{r_L}^{r_U} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{\partial}{\partial n_q} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{1}{r} \right\} dr \right. \\
 &\quad \left. - \frac{Z_p \cos \theta}{4\pi} \int_{\phi_L}^{\phi_U} d\phi \int_{r_L}^{r_U} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{\partial}{\partial n_q} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{1}{r} \right\} dr \right] \\
 &= \sum_M \left[ \frac{\sin \theta}{4\pi} \int_{x_L}^{x_U} \left( \frac{\partial}{\partial n_q} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{1}{r} \right) \Big|_{r=r_L}^{r=r_U} dx \right. \\
 &\quad \left. - \frac{Z_p \cos \theta}{4\pi} \left\{ \oint_{\Gamma_M} \frac{\partial}{\partial n_q} \varphi \left( t - \frac{r}{c} \right) \frac{1}{r} d\phi - \frac{2\pi}{|Z_p|} \frac{\partial}{\partial n_q} \varphi \left( t - \frac{|Z_p|}{c} \right) \varepsilon_M \right\} \right] \quad (7.20)
 \end{aligned}$$

である。音源波形として (4.14) を与え (7.18) を時間ステップ毎に逐次解いて行けば表面上のポテンシャルが求められる。

図 7.15 の如く全面が吸音性の壁で覆われた立方体室において、表面に locally reactive を仮定し、剛な後壁からの反射を無視して行った計算例を以下に示す。なお、この場合、表面のアドミッタンスは  $\alpha$  及び  $\omega_0$  の 2 パラメータによって表され、図 7.16 は  $\omega_0 = 1500$  とし、 $\alpha$  を 0.2, 0.54, 0.8 として計算した結果である。また、図 7.17 及び 7.18 はそれぞれ  $\omega_0$  を 500, 0 として同様に計算した結果である。これらを見れば、 $\omega_0$  の値が大きい場合、時間ステップが進むにつれて、本来音圧応答が減衰してほとんど 0 と考えられる範囲においても、数値計算誤差によるものと思われる直流成分が現れている。

この誤差は  $\omega_0$  を小さく取れば減少する傾向にあるが、何に起因しているか現状では不明で今後の検討課題である。なお、これらの誤差を仮に取り除けば、同様の条件で寺井が BF により行った計算結果 ( $\alpha = 0.54, \omega_0 = 1500$  での計算値、ただし、分割数は異なる) [7] とほぼ似通った値が得られている。

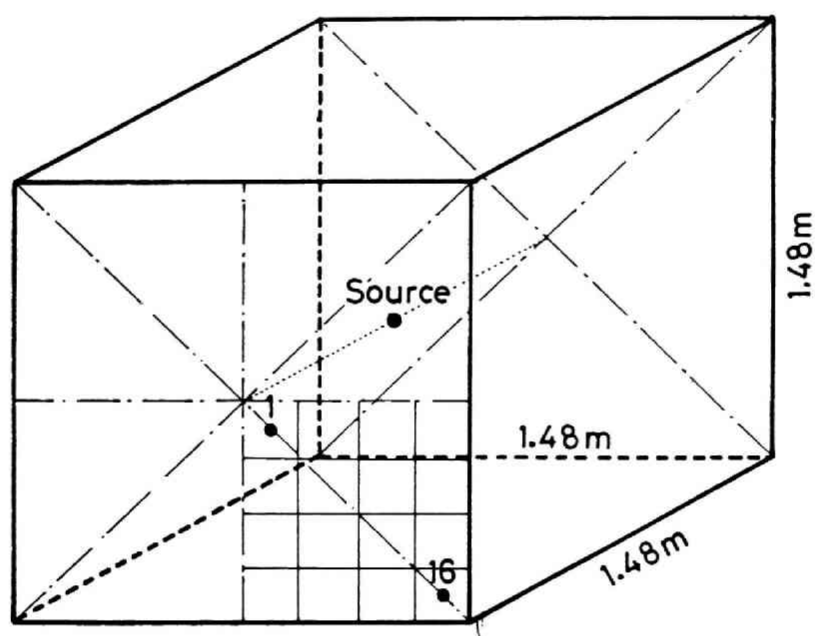


図 7.15: 吸音性立方体室内の過渡応答計算



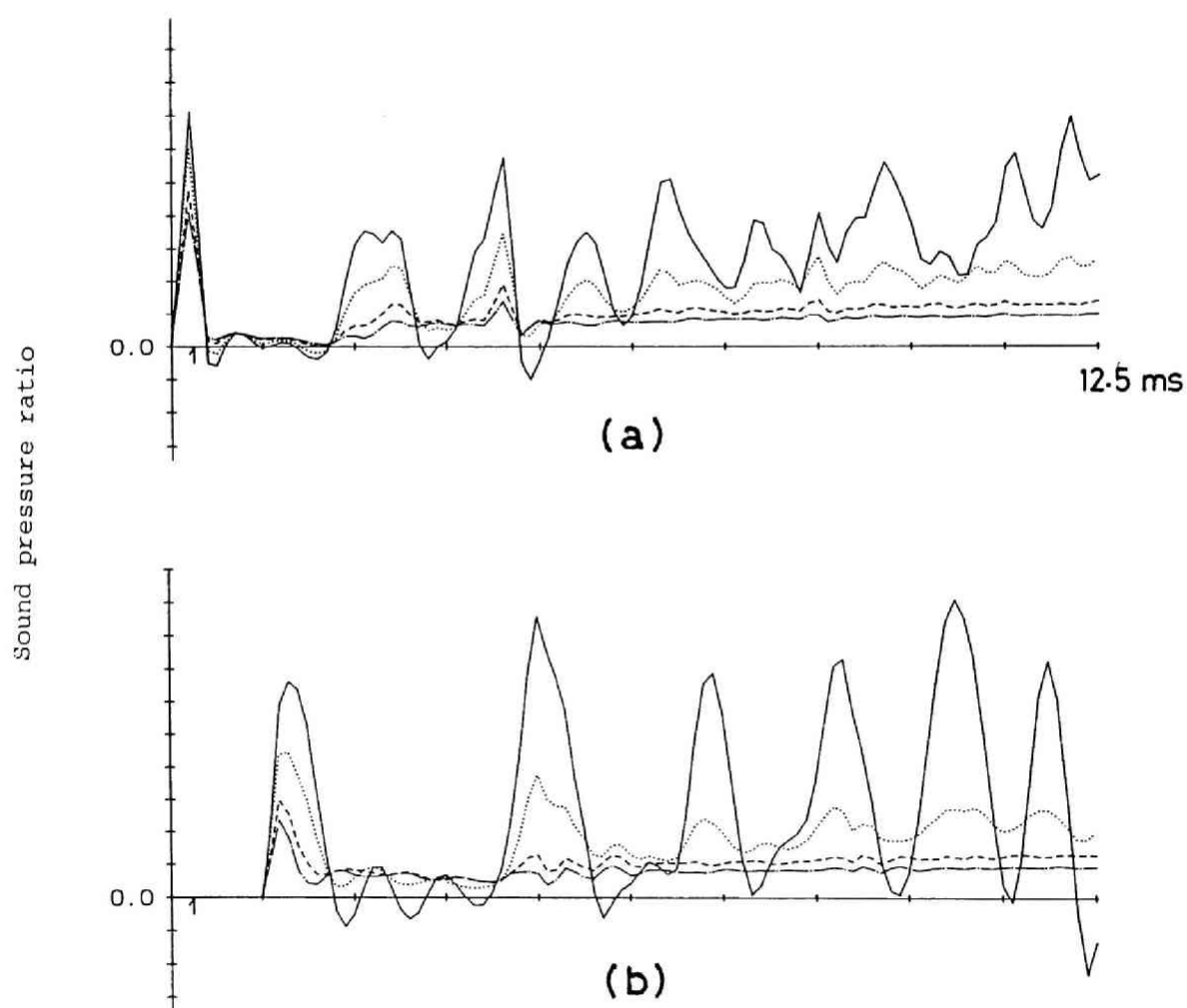


図 7.16: 吸音性立方体室内の NDF による過渡応答計算例: 音源位置は室中央, (a) 要素 1 における応答, (b) 要素 16 における応答, — 剛立方体の場合 ( $\alpha = 0$ ), .....  $\alpha = 0.2$ , - - - -  $\alpha = 0.54$ , - · - · -  $\alpha = 0.8$ ;  $\omega_0 = 1500$  (一定)

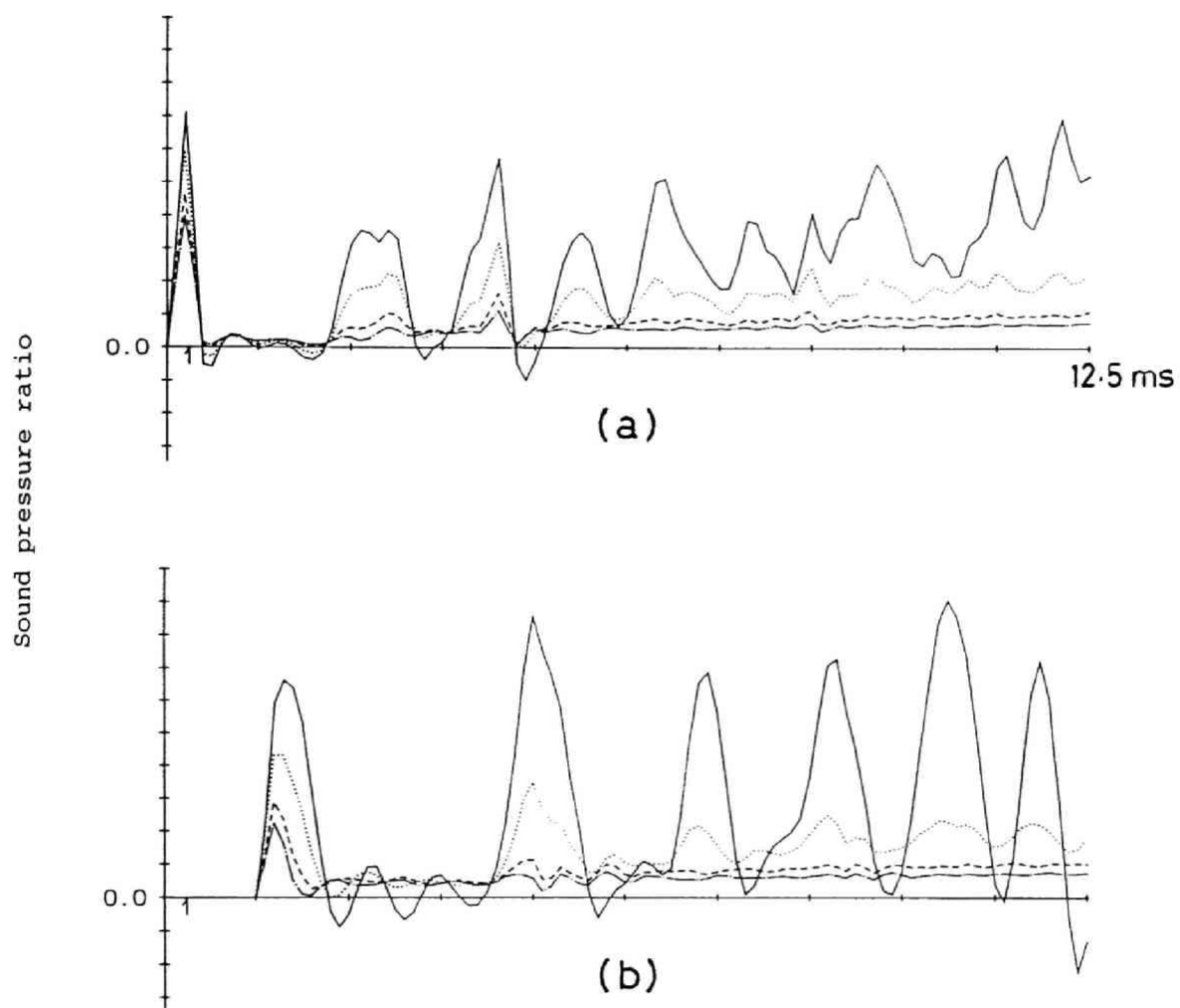


図 7.17: 吸音性立方体室内の NDF による過渡応答計算例: 音源位置は室中央. (a) 要素 1 における応答, (b) 要素 16 における応答, — 剛立方体の場合 ( $\alpha = 0$ ), .....  $\alpha = 0.2$ , -----  $\alpha = 0.54$ , — · —  $\alpha = 0.8$ ;  $\omega_0 = 500$  (一定)

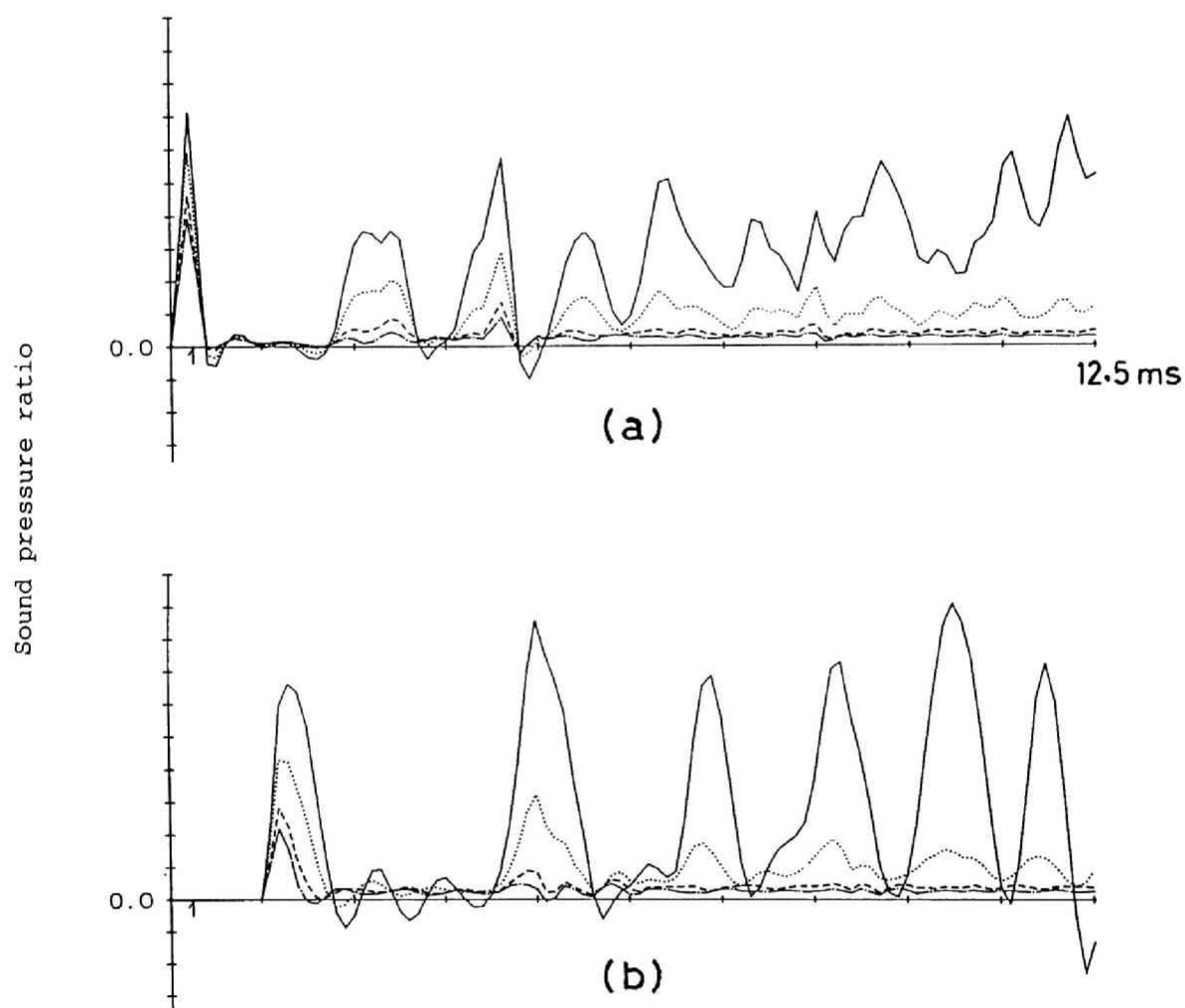


図 7.18: 吸音性立方体室内の NDF による過渡応答計算例: 音源位置は室中央, (a) 要素 1 における応答, (b) 要素 16 における応答, — 剛立方体の場合 ( $\alpha = 0$ ), .....  $\alpha = 0.2$ , -----  $\alpha = 0.54$ , -.-.-  $\alpha = 0.8$ ;  $\omega_0 = 0$  (一定)

### 7.3 本章のまとめ

Kirchhoff の公式から導いた積分方程式 (BF) 及びその微分形 (NDF) を用いて剛な直方体室の過渡応答計算を試み、実験値及び鏡像法による正確解と比較を行った結果、要素内でポテンシャルを一様とした簡単な近似にもかかわらず、精度よく計算できることが示された。また、NDF による吸音室内の過渡応答計算についても試みた。

剛な室における応答計算においては BF を用いるよりも NDF を用いる方が数値解の安定性が増加した。与える音源波形については、2 階微分が連続となるように  $f(t) = t^2$  として計算を行ったが、 $f(t) = t$  を与えた計算によっても両者に差は殆ど見られず、後者でも差し支えないことがわかった。これは数値解の安定性の面からも望ましい結果となった。

ここで行った実際のホールの応答計算では、周波数範囲が最大で 250 Hz であるが、現在の大型コンピュータの能力から判断すれば、ホールの規模にもよるが 1 KHz 程度の周波数までは可能であり、ホールの音場において、波動的な影響を考慮しなければならないのは数百 Hz までであろうと思われるから、本手法が音響設計上有力な手段になるものと考ええる。

今後、実際のホールにおける測定値等とも比較し、座席の影響も検討する必要があるであろう。また、将来座席並びに反射板の影響も組み込み、更に高速化した計算法を検討したいと考えている。



## Chapter 8

# Appendix

### .1 定在波による吸音物性値の同定

第5章ではパルスを用いて物性値の推定を行ったが、多孔材内部に侵入した音が材料内で十分に減衰し、剛な後壁からの反射が無視できる場合には周期的定常における定在波を観測することにより2物性値  $\omega_0, \alpha$  の推定が行える。[30]

半無限の吸音体からの反射音場は、周期的定常では空間の点  $P$  において (1.16) より、境界上の値を  $\bar{\cdot}$  を付けて表すと

$$\Phi(P) = \Phi_D(P) + \iint_F \left\{ \bar{\Phi} \frac{\partial G(P, q)}{\partial n} - \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial n} G(P, q) \right\} dS \quad (.1)$$

となる。また、境界上で成立する関係は (1.22) (1.27) より

$$\bar{\Phi} = 2\bar{\Phi}_D - 2 \iint_F \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial n} G(p, q) dS \quad (.2)$$

$$\bar{\Phi} = 2 \left( \frac{\rho_e}{\rho} \right) \iint_F \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial n} G_e(p, q) dS \quad (.3)$$

である。面上のポテンシャルは一樣であるから (.3) の積分を実行すると

$$\bar{\Phi} = \left( \frac{\rho_e}{\rho} \right) \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial n} \left[ -\frac{\exp(-ik_e r)}{ik_e} \right]_0^\infty = \frac{\rho_e}{\rho} \frac{1}{ik_e} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial n} \quad (.4)$$

従って、音圧と粒子速度の関係は

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial n} = \frac{k_e}{\omega \rho_e} \bar{p} \quad (.5)$$

となる。ここで  $k_e/\omega \rho_e$  は Admittance で、(5.11) において  $l \rightarrow \infty$  とした場合と一致していることが確かめられる。また、(.5) を (.2) に代入すると

$$\bar{\Phi} = 2\bar{\Phi}_D - \frac{k_e}{\omega \rho_e} \bar{p} \left[ -\frac{\exp(-ikr)}{ik} \right]_0^\infty = 2\bar{\Phi}_D - \frac{1}{i\omega \rho} \frac{\rho k_e}{\rho_e k} \bar{p} \quad (.6)$$

となるから、表面音圧は

$$\bar{p} = \frac{2\bar{p}_D}{1 + (\rho k_e / \rho_e k)} \quad (.7)$$

と表わされる。ただし、(.6) では空気中における僅かな粘性減衰を仮定している。

(.5) (.7) を (.1) に代入すれば

$$\begin{aligned}\Phi(P) &= \Phi_D(P) + \iint_F \left\{ \frac{\bar{p}}{i\omega\rho} \frac{\partial G(P, q)}{\partial n} - \frac{k_e}{\omega\rho_e} \bar{p} G(P, q) \right\} dS \\ &= \Phi_D(P) + \frac{\bar{p}}{2i\omega\rho} \int_l^\infty \left\{ \frac{\exp(-ikr)}{r^2} (1 + ikr) l - \frac{i\rho k_e}{\rho_e} \exp(-ikr) \right\} dr\end{aligned}\quad (.8)$$

音圧では

$$\begin{aligned}p(P) &= p_D(P) + \frac{\bar{p}_D}{1 + (\rho k_e / \rho_e k)} \left\{ l \left[ -\frac{\exp(-ikr)}{r} \right]_l^\infty - \frac{i\rho k_e}{\rho_e} \left[ -\frac{\exp(-ikr)}{ik} \right]_l^\infty \right\} \\ &= p_D(P) + \frac{1 - (\rho k_e / \rho_e k)}{1 + (\rho k_e / \rho_e k)} \exp(-ikl) \bar{p}_D \\ &= p_D(P) + \frac{Z - \rho c}{Z + \rho c} \exp(-ikl) \bar{p}_D\end{aligned}\quad (.9)$$

と表わされる ( $Z$  は impedance で  $Z = \omega\rho_e/k_e$ )。この式は、表面音圧  $p_D$  に対し、音圧反射係数  $\tau_p = (Z - \rho c)/(Z + \rho c)$  と位相の遅れ  $kl$  を掛けたものが反射音に等しいことを示すもので、よく知られた関係式である。

剛な後壁からの反射が無視できる場合には、音響管によってインピーダンスを測定し、

$$\frac{Z}{\rho c} = \frac{1 - \tau_p}{1 + \tau_p} = \frac{\rho_p c_p}{\rho c} \left( 1 - \frac{iR_f}{\omega\rho_p} \right)\quad (.10)$$

の関係をを用いることにより 2 物性値  $\alpha = \rho c / \rho_p c_p$  及び  $\omega_0 = R_f / \rho_p$  を求めることができる。

実際に測定した結果では、各試料の均一さや取り付け具合によって、得られたインピーダンスにかなりのばらつきがあり、特に  $\omega_0$  の値は影響を受け易い [30]。物性値としては周波数にわたって平均した値を用いるのが妥当と思われるが、測定法としてはパルスによる方法が望ましいように思われる。

## 2. 簡易線状音源の作成と2次元剛板の反射音場の測定

第3章では、2次元の音場を積分方程式によって解く方法について考察したが、実験的な検証は行っていない。3次元における球面波はほぼ実現可能であるが、同位相で円筒波状に広がる線状音源を実際に作成することは球面波ほど簡単でない。

ここでは、図.1に示すように、メラミン樹脂貼ラワン合板3枚で作成した平板(2.7×1.8 m)を、樹脂面を内部にして間隔が0.15 mで向い合うように設置し、音源としてドライバーユニットに取り付けた8本のパイプを図のごとく挿入した。音源発生装置の詳細を図.2に示したが、ドライバーユニット(JBL 2441)に計8本の銅製パイプ(長さ1 m)を環状に取り付け、先端部より同位相の波が放射されるようになっている。なお、このときパイプ先端が18.75 mm 間隔で一直線であつ平板に直角となるよう固定した。両板にできるこの音源列の鏡像が等間隔で無限に並ぶことになり、板にはさまれた空間は近似的に線状音源と見なすことができるであろう。さらに、平行な両平板の周囲は開放端による反射を防止するためクローズし、0.15 m 厚のグラスウール層(表面より、密度  $16 \text{ kg/m}^3$  (0.1 m)、 $32 \text{ kg/m}^3$  (0.05 m))を設けた。

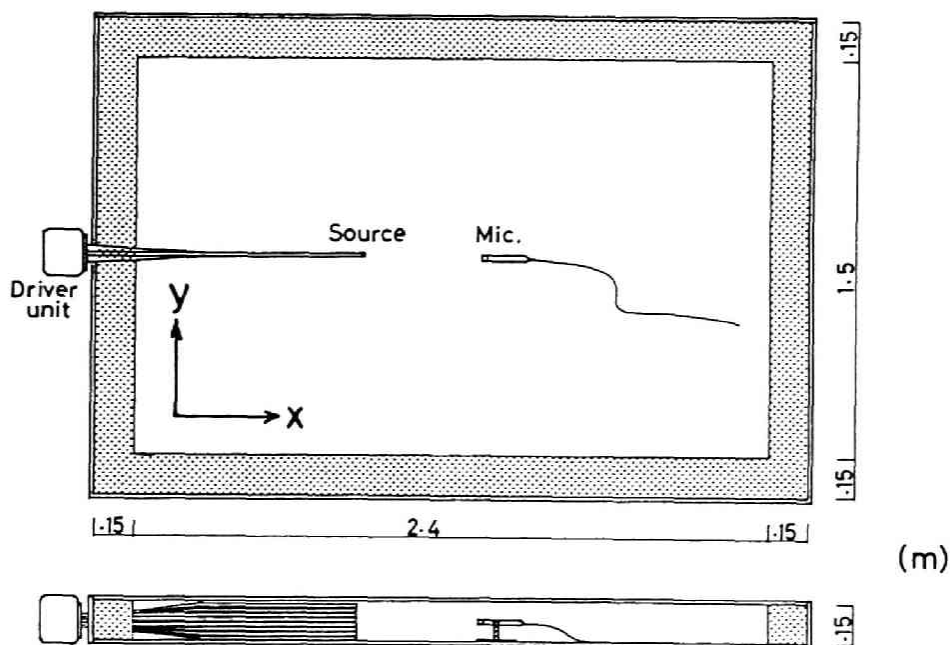


図.1: 2次元音場の作成: 測定装置略図

中心付近の2次元自由音場特性を測定した結果は、図.3及び図.4のごとくであり、長辺のx方向において1 KHz, 2 KHzでは0.5 m付近まではほぼ自由音場が成立している。500 Hzで特性が乱れているのは、周辺からの反射の影響であろう。また、4 KHzにおける乱れは、両板の間隔が波長に比較して大きいため、2次元音場が成り立っていないためと思われる。短辺のY方向ではエッジに近いあまり良好な特性が得られていない。

図.5は1 KHzの純音を用いて、剛な薄板による反射場を測定した結果であり、実線は実験値、破線は第一種積分方程式(3.5)による計算値である。図中0 dBは板のないときの直接音レベルを表している。図.6は1 KHzにおける回折場の測定結果、また、図.7は音源位置を変え1 KHz及び2 KHz



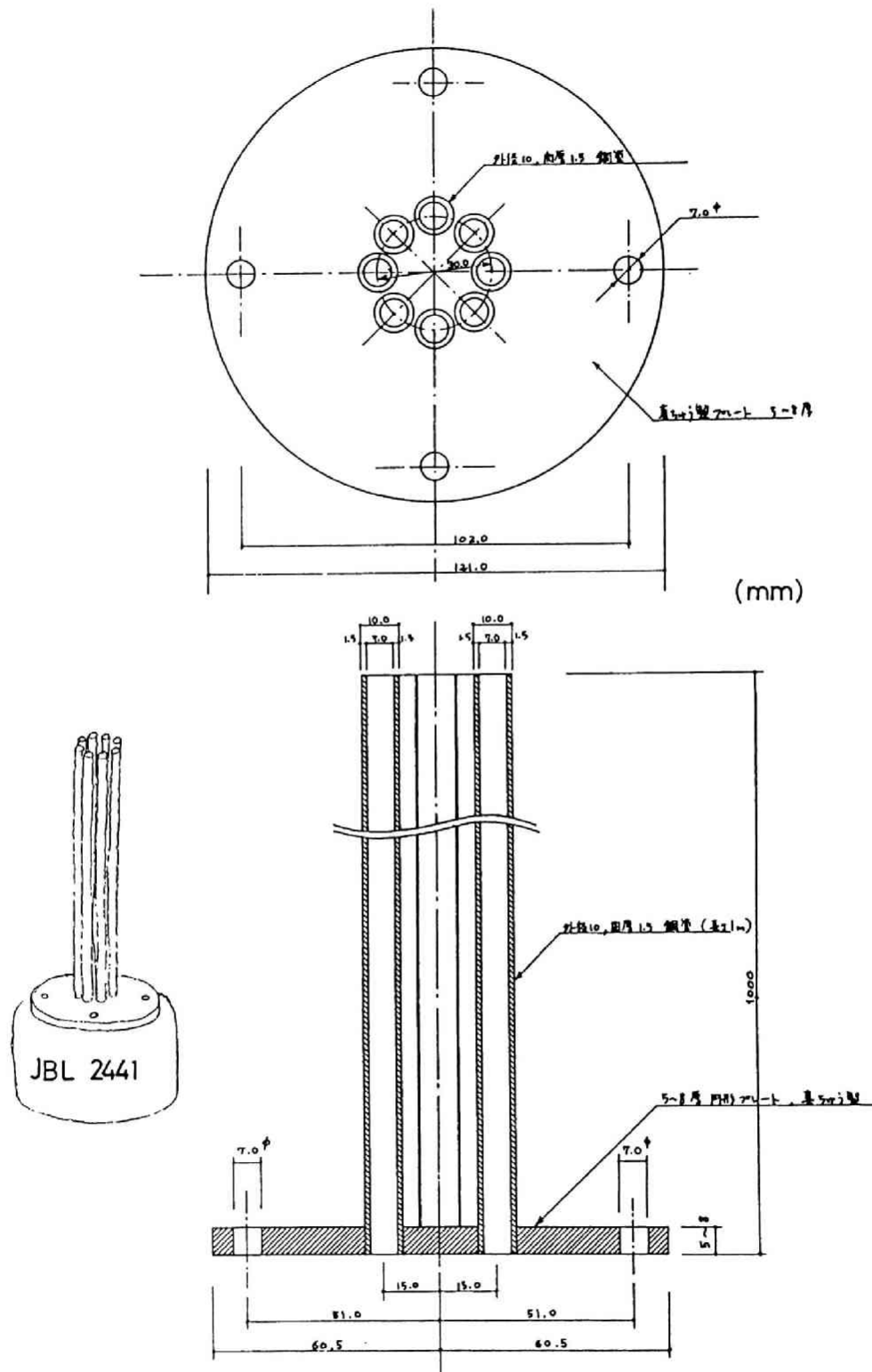


図 .2: 2次元音場の作成: 円筒波作成に用いた音源装置略図

2. 簡易線状音源の作成と2次元剛板の反射音場の測定

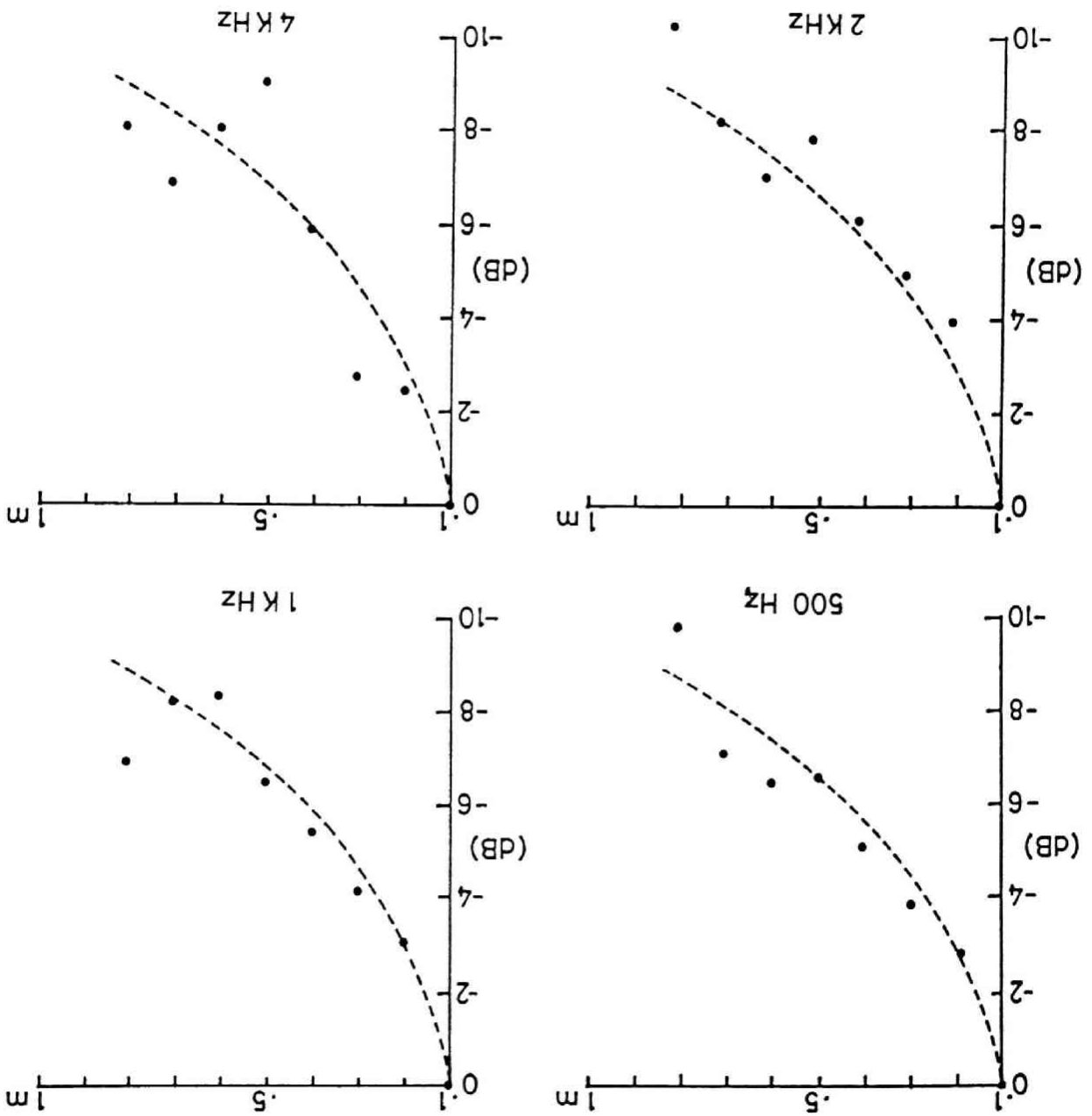


図.3: 簡易2次元音場の自由音場特性 (X方向)

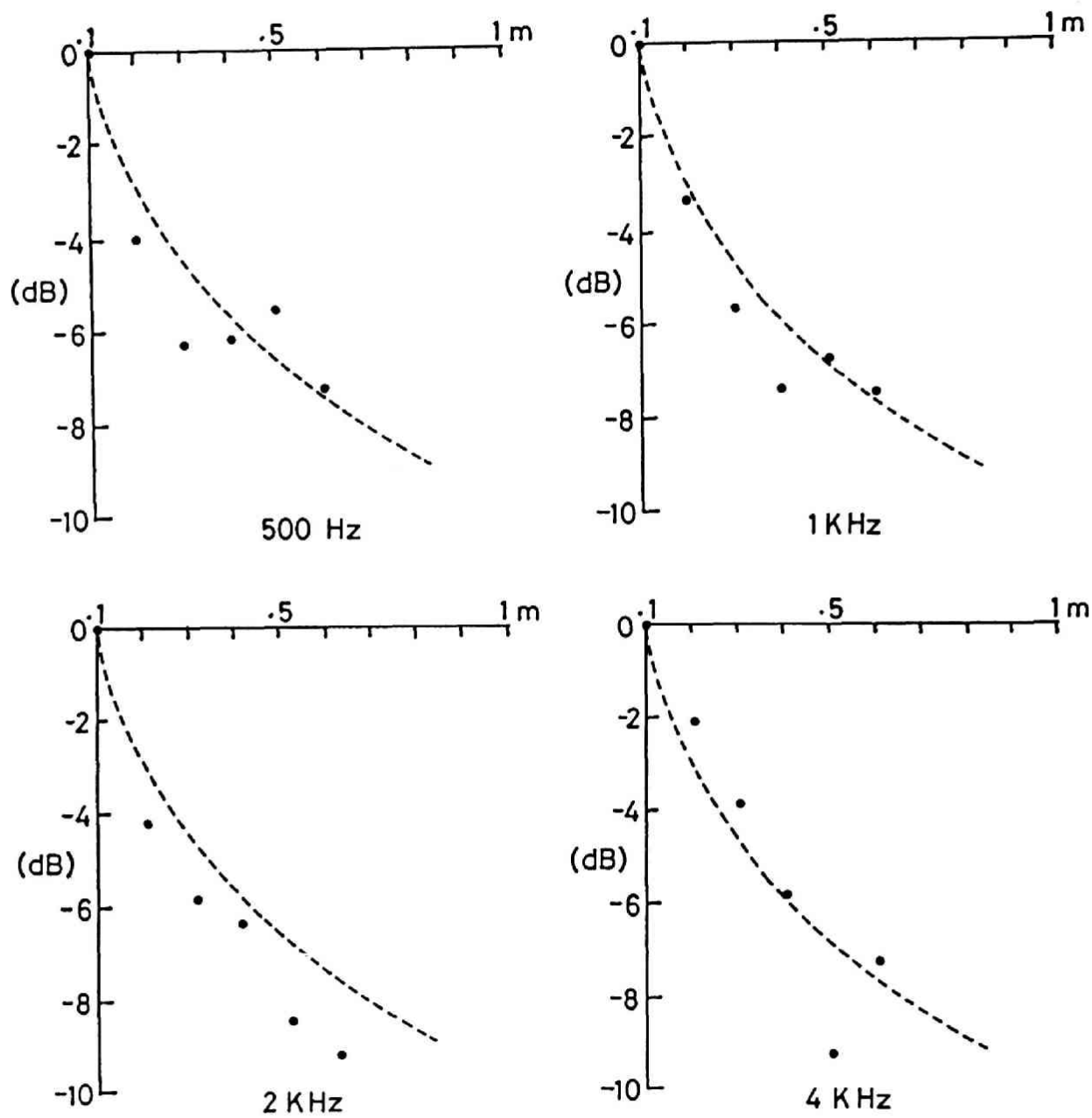


図 .4: 簡易2次元音場の自由音場特性 (Y方向)

における反射音場の測定結果である。これらを見れば両者は非常によい一致を示しており、2次元においても第一種積分方程式で精度よく音場が求まっていることがわかる。

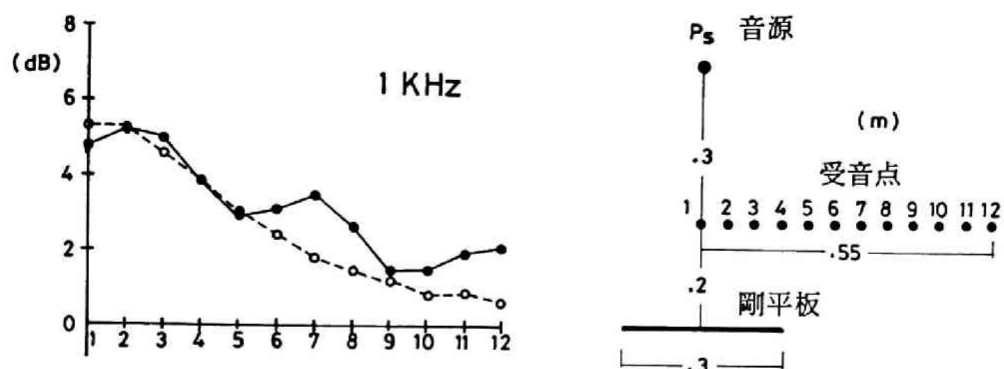


図 .5: 2次元反射音場の測定 (反射音場)

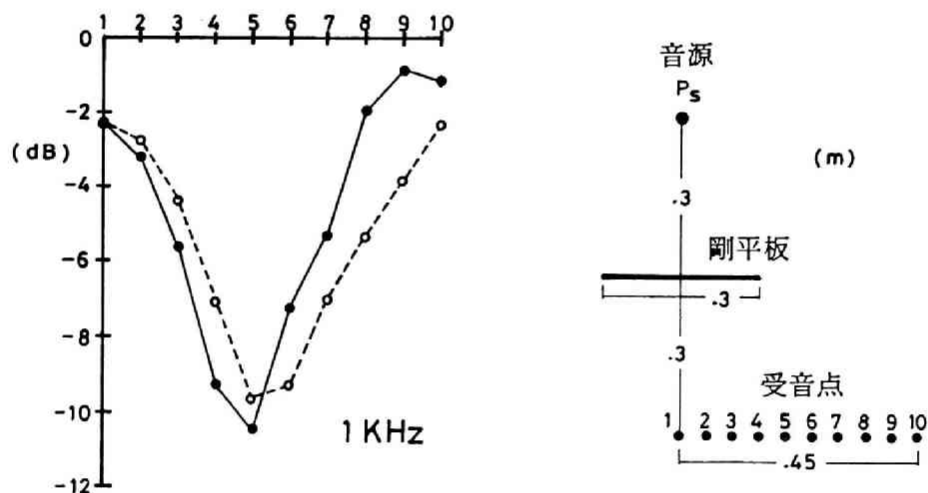


図 .6: 2次元反射音場の測定 (回折音場)

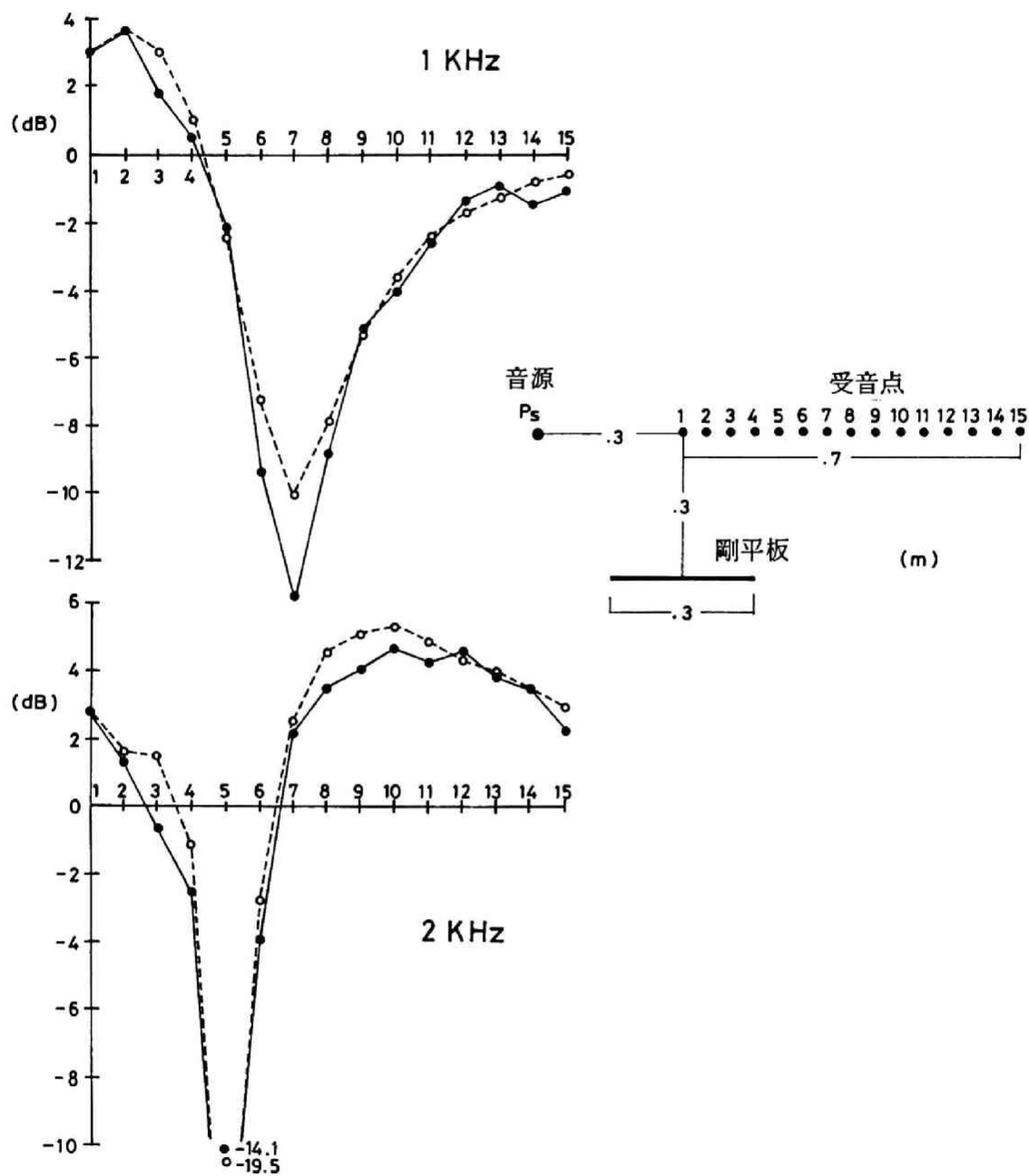


図.7: 2次元反射音場の測定 (反射音場)

### .3 2次元遮音塀まわりの音場計算例

2次元の積分方程式は、線状の騒音源をもつ道路端に立てた遮音塀や高架道路まわりの回折場の計算に利用できる可能性がある。次に示す3図は2次元積分方程式を用いて、それらの音場の計算を試みた例である[5][14]。図.8は道路中央に円筒波を発生する線音源があるとき、剛で平坦な地面上に設置した遮音塀の回折場を第1種積分方程式によって計算したものであり、図.9は同様に剛で平坦な地面上の高架道路による回折場を求めたものである。この例のように、道路近傍の音場分布の様子が非常に詳細に計算されており、特に図.9の高架道路の例では道路下部にできる定在波に似た音場分布が計算によって示されている。

また、図.10は図.8の例で遮音塀の内側及び両側を吸音したときの計算結果である。(a)は内側を吸音した場合、(b)は両側を吸音した場合であり、計算には音圧反射係数として  $R = 0.5 \exp(-\pi i/2)$  を用いている。図.8と比較すると遮音塀の内側が吸音されたため、道路両端の塀の間の定在波が減少していることがわかる。また、回折側領域では外側を吸音することにより塀のすぐ裏側で音圧の減少が見られるが、少し離れば裏側の吸音はあまり大きな影響を与えていないことがわかる。

このように音場が2次元とみなせる場合には、積分方程式を解く上で、3次元の音場計算に比べ、元数が大幅に減少するため数値計算上非常に有利になる。

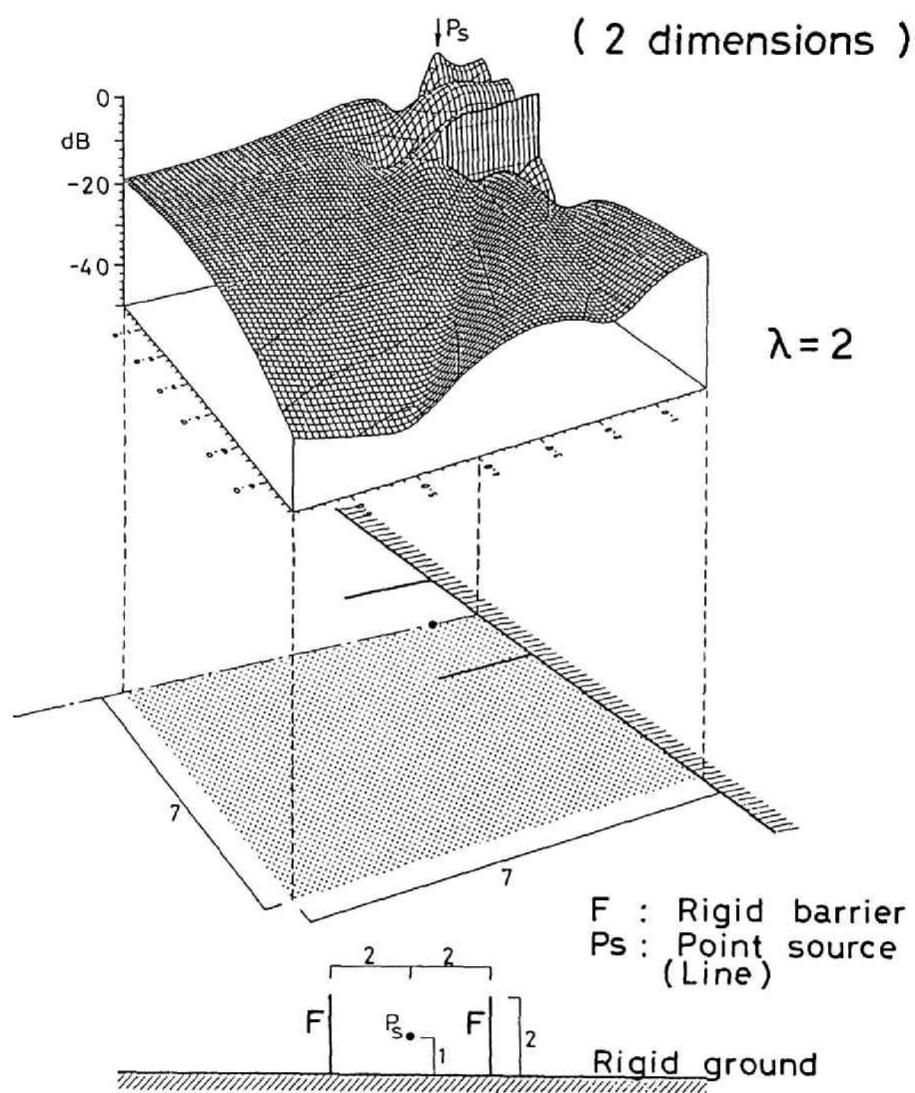


図 .8: 剛で平坦な地面上に設置した遮音塀の回折音場（2次元積分方程式による計算）

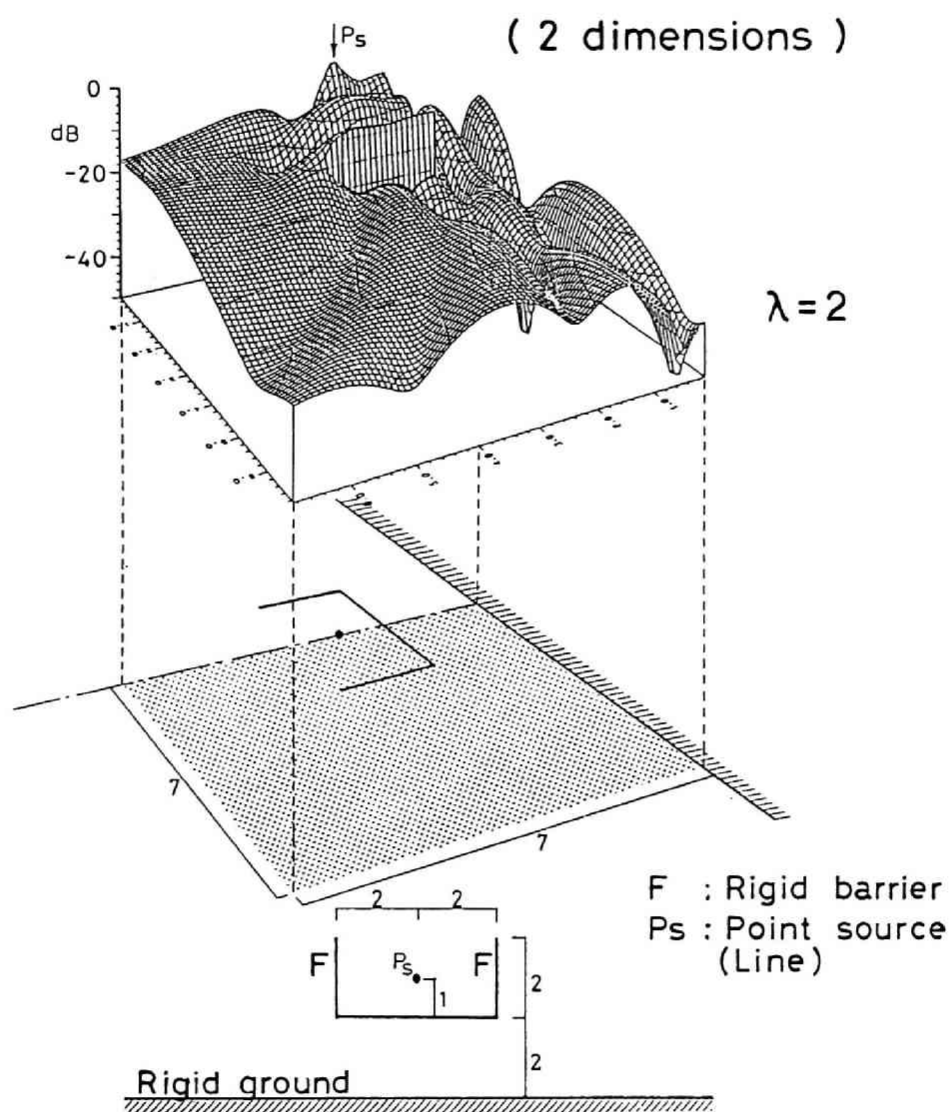


図 .9: 剛で平坦な地面上の高架道路による回折音場（2次元積分方程式による計算）



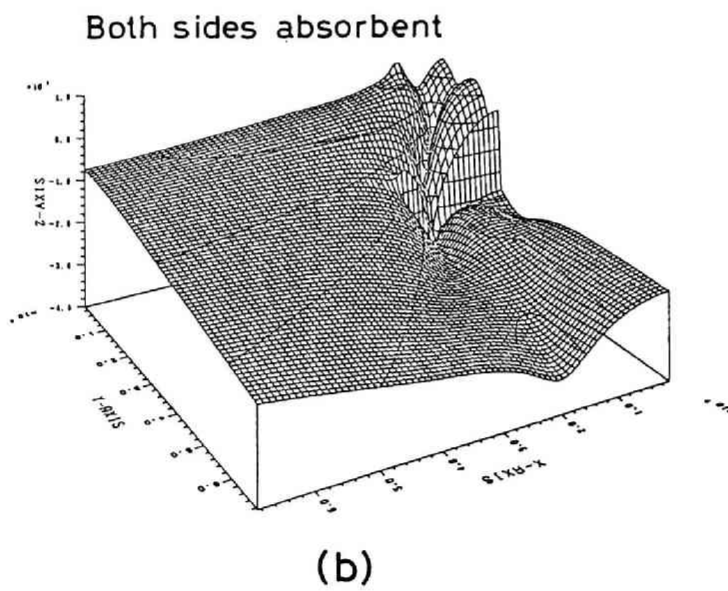
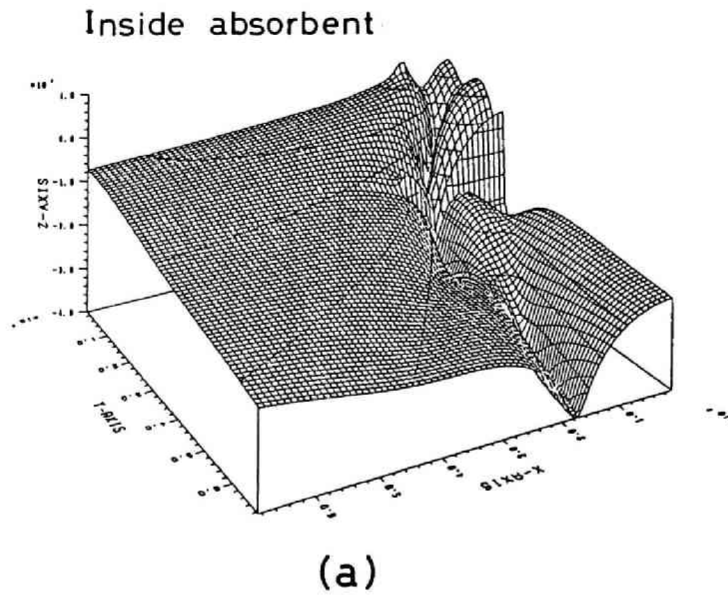


図 .10: 剛で平坦な地面上に設置した吸音性遮音塀の回折音場（2次元積分方程式による計算，吸音面の音圧反射係数を  $R = 0.5 \exp(-\pi i/2)$ ），(a) 内側吸音，(b) 両側吸音

#### 4. ホールの初期過渡応答のスペクトル変化

ホールのインパルス応答はホール形状並びに周壁のインピーダンスに大きく依存し、そのホールの音響特性を表す基本的なデータである。音響設計上重要な指標として従来から用いられている残響時間も自乗積分法 [97] によってインパルス応答から導くことができる。しかし、残響時間がほぼ同じホールでもその音質は、ホール形状等によってかなり異なることがよく知られており、残響時間のみを考慮した音響設計では問題が残る。

ホールの音響性能を評価する上で有効な物理的指標は、主としてその初期の応答の中に存在すると考えられるから、初期応答部分からの有効な物理量の抽出は大きな課題であろう。これまでに、EDT, C, RR [98] といった初期応答から導かれる物理量が提案されているが、音響設計上残響時間ほどには有力な指標にはなっていない。

ここでは、初期応答のスペクトル変動がそのホールの音響特性と密接に関連しているものと考え、競技用ピストル音を用いて実際に測定したいくつかのホールの初期過渡応答について、統計数理研究所で開発された時系列解析プログラム TIMSAC-84 の中に収められている TVCAR (Time Varying Coefficient AR Model) [99][100] を用いて解析を試みた。

解析したのは、図 .11(a)(b)(c) に概略の形状を示した 3 ホールで、受音点 1 及び 2 ( (a) のホールではバルコニー席) の 2 点の実測した過渡応答である。図 .12 ~ .13 は、それぞれ図 .11(a) 受音点 1,

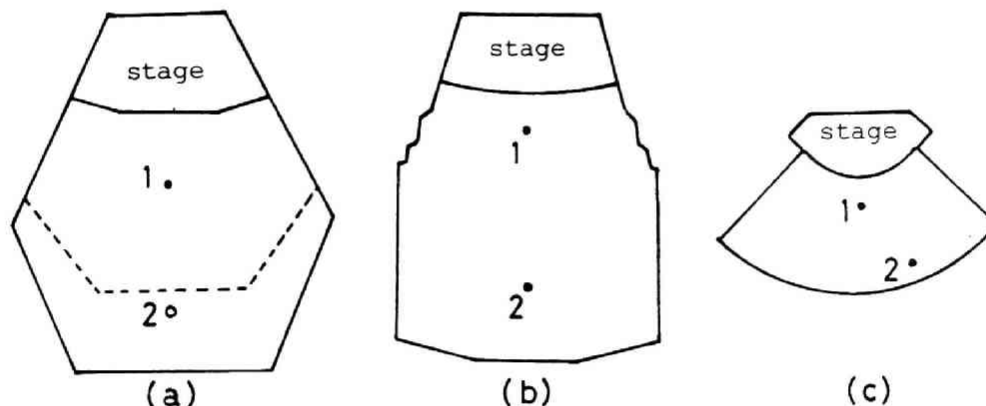


図 .11: 測定したホールの概略の形状及び受音点

2 における初期過渡応答と AR モデルにより解析したスペクトル変化を示したものである。図 .14 ~ .15 は形状 (b), 図 .16 ~ .17 は形状 (c) について同様な解析を行った結果である。過渡応答は競技用ピストル音を録音した波形をそのまま用いており、各測定ごとに発生音にわずかな差が生じるが、ここではこの差は無視して扱っている。

一般に音が良いと言われている場所において、スペクトルが時間経過とともにあまり変動しないのに対し、その逆の場所ではスペクトルに大きな変動が見られ、今後ホールの音質評価に結び付けた検討を行いたい。

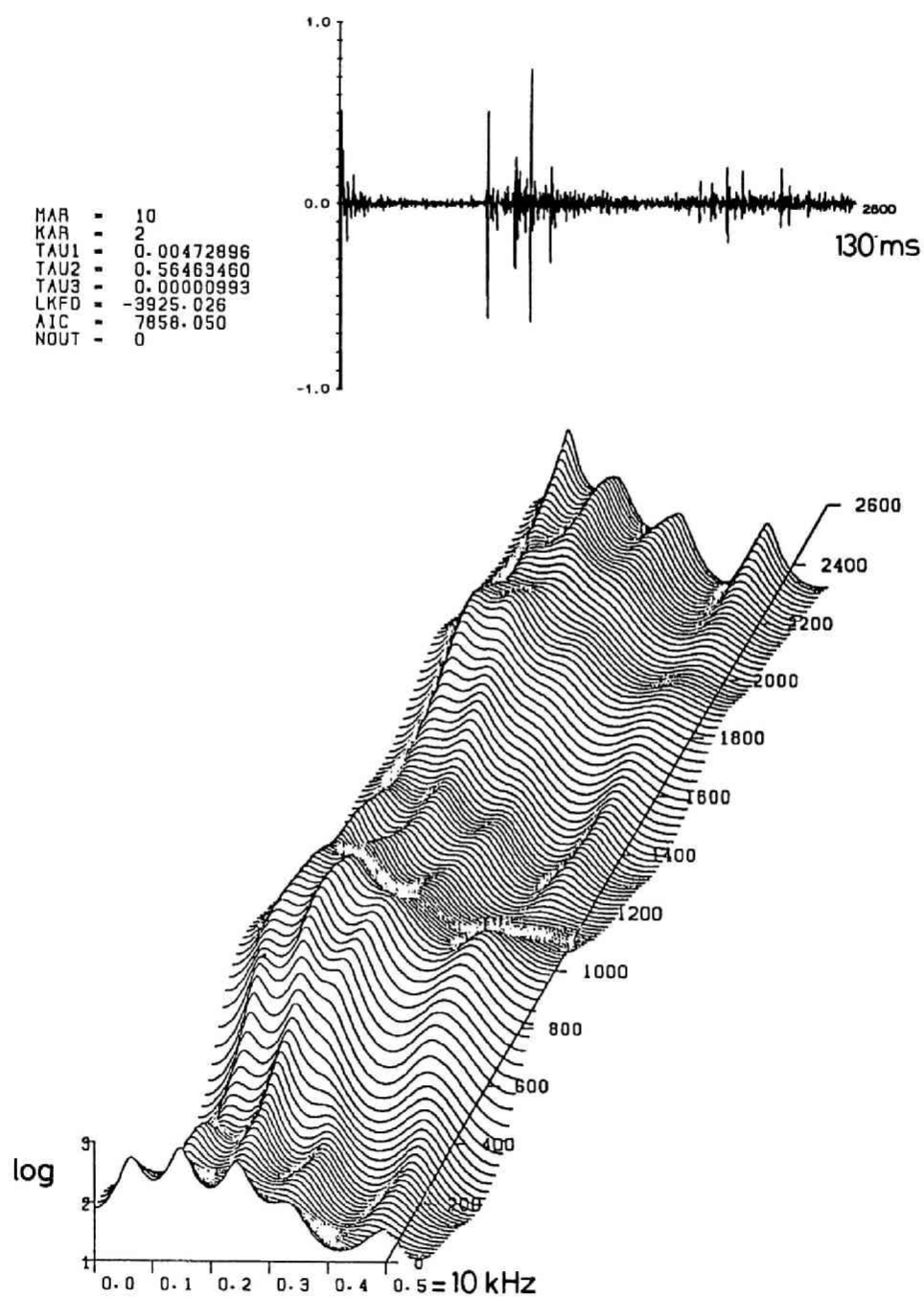


図.12: (a) ホール, 受音点 1 で測定した過渡応答 (上) と AR モデルにより解析したスペクトル変化 (下)

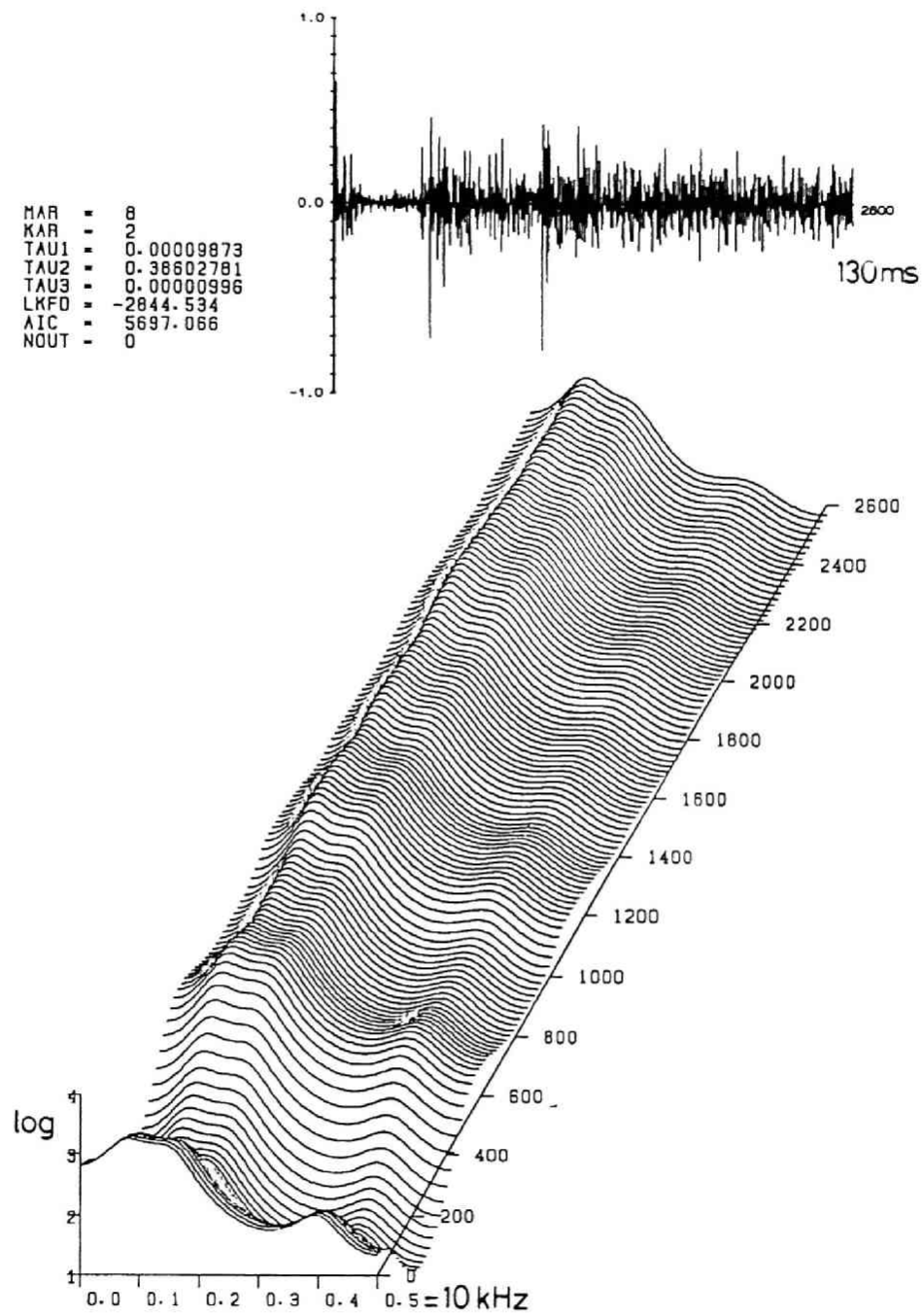


図 .13: (a) ホール, 受音点 2 (バルコニー席) で測定した過渡応答 (上) と AR モデルにより解析したスペクトル変化 (下)

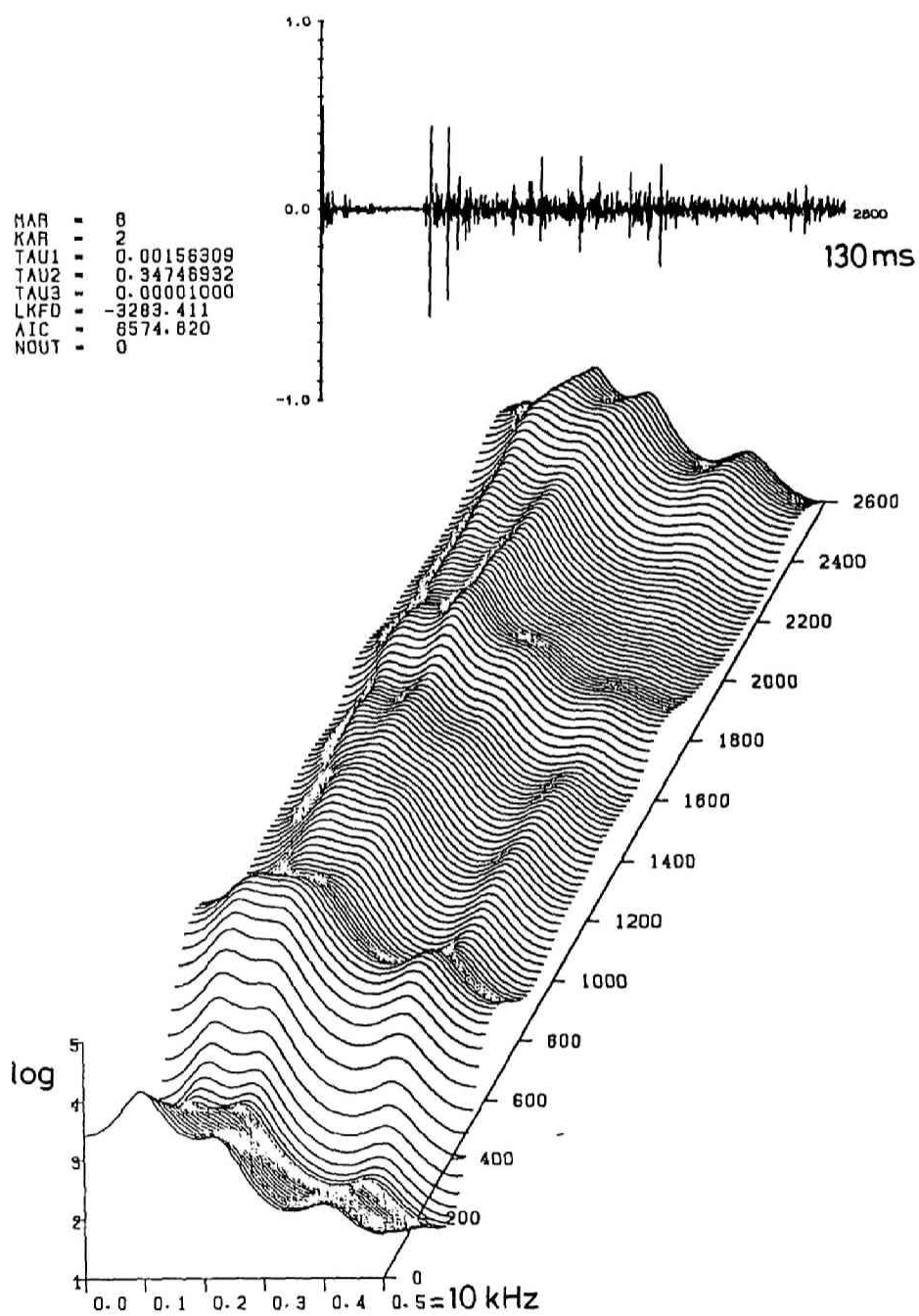


図.14: (b) ホール, 受音点 1 で測定した過渡応答 (上) と AR モデルにより解析したスペクトル変化 (下)

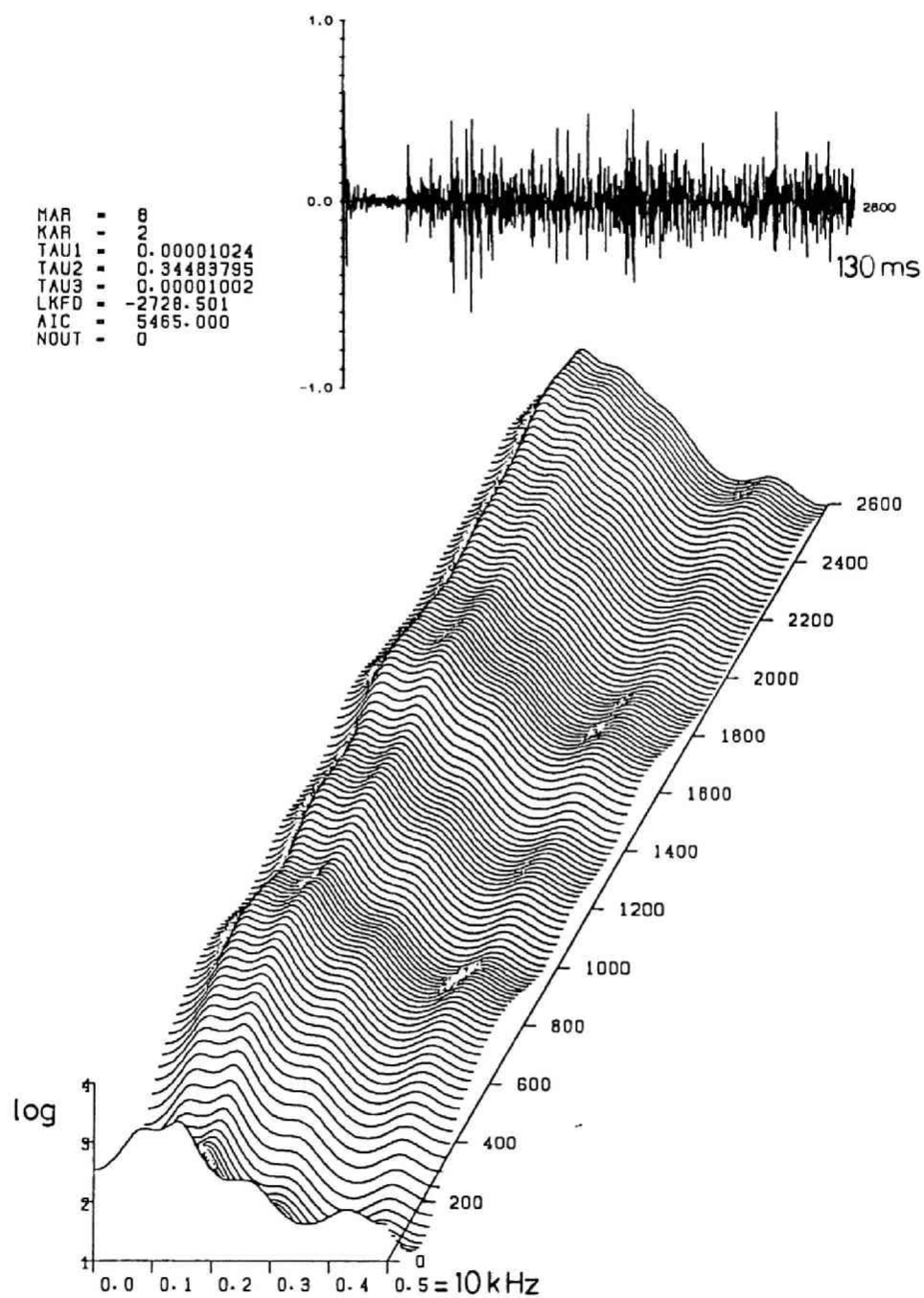


図 .15: (b) ホール, 受音点 2 で測定した過渡応答 (上) と AR モデルにより解析したスペクトル変化 (下)

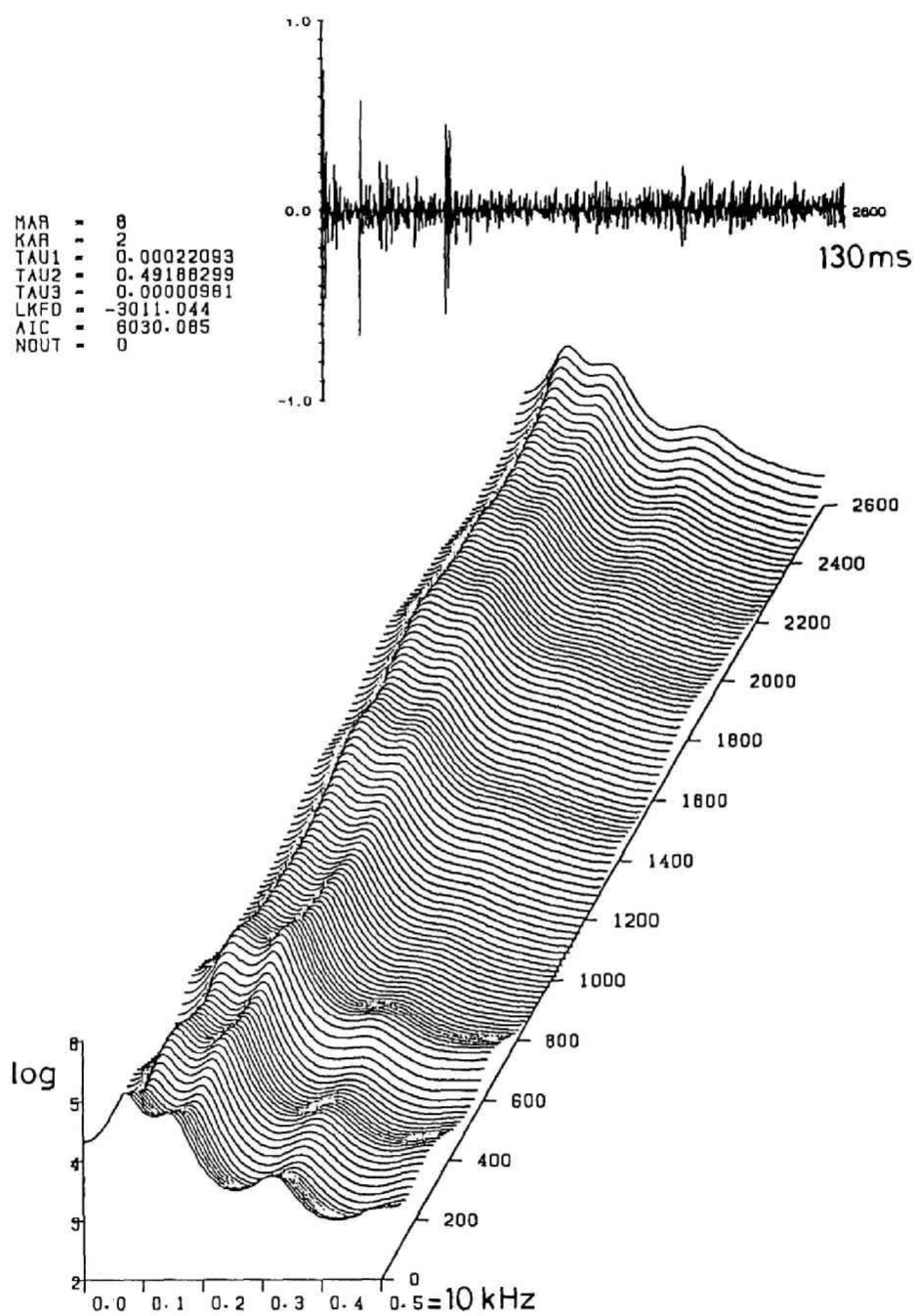


図.16: (c) ホール, 受音点1で測定した過渡応答(上)とARモデルにより解析したスペクトル変化(下)

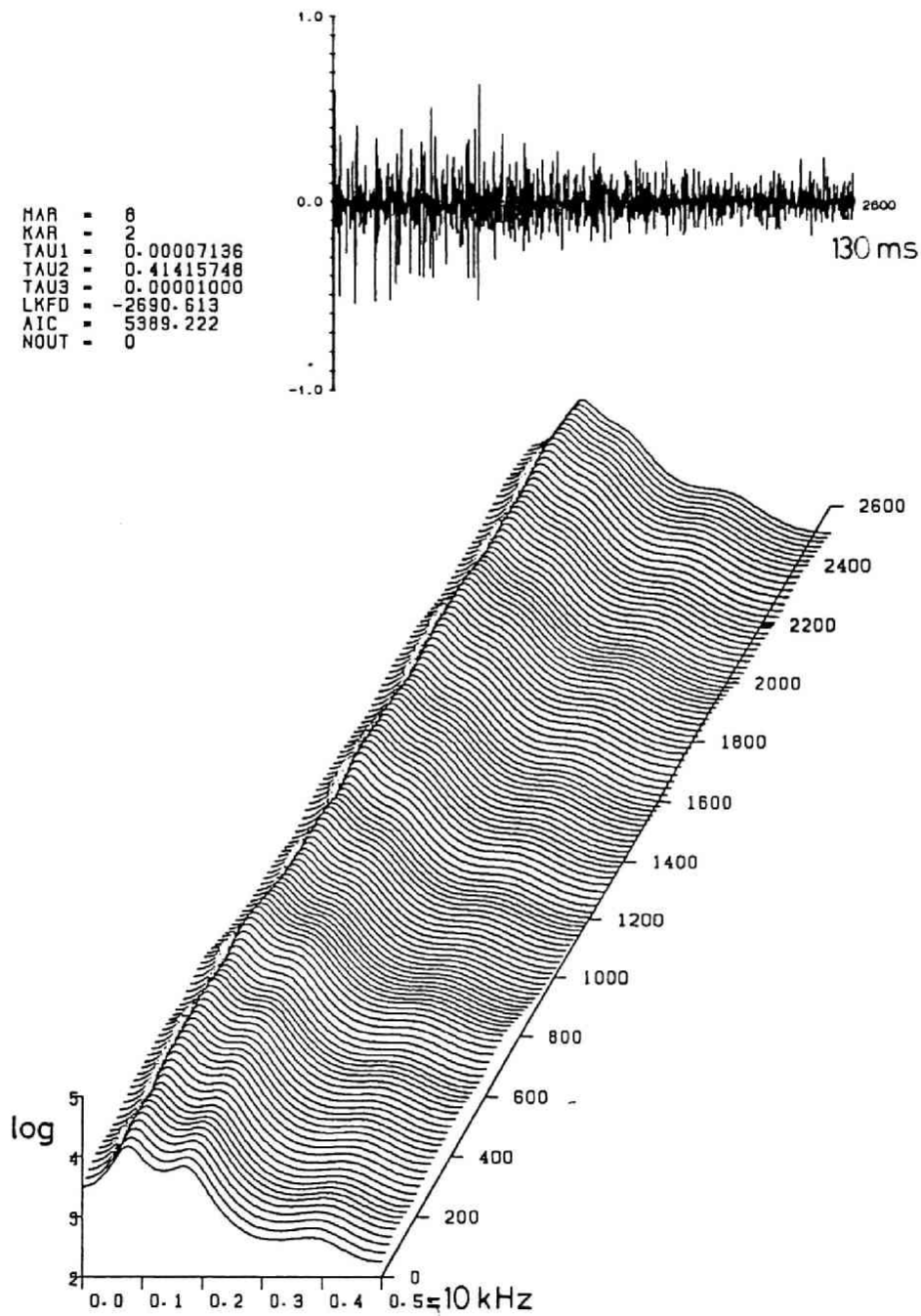


図 .17: (c) ホール, 受信点 2 で測定した過渡応答 (上) と AR モデルにより解析したスペクトル変化 (下)





## 本研究に関する発表論文

### 原著論文及び著書

- [1] 河井康人「有限の薄い障壁の遮音計算に関する研究」日本建築学会建築環境工学論文集, 第4号, 28-34, 1983.
- [2] 河井康人「有限の遮音壁による騒音の回折減衰」日本建築学会建築環境工学論文集, 第5号, 53-59, 1983.
- [3] Y. Kawai and T. Terai, The application of integral equation methods to the calculation of sound attenuation by barriers, *Applied Acoustics*, 31, 101-117, 1990.
- [4] Y. Kawai and T. Terai, Calculation of sound fields over audience seats by using integral equation method, *Transactions of the ASME, Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 113, 22-27, 1991.
- [5] Y. Kawai and T. Terai, A numerical method for the calculation of transient acoustic scattering from thin rigid plates, *Journal of Sound and Vibration*, 141, 83-96, 1990.
- [6] T. Terai and Y. Kawai, The application of Kirchhoff's formula to the numerical calculation of transient response in an enclosure, *Journal of the Acoustical Society of Japan (E)*, 11, 1-10, 1990.
- [7] T. Terai and Y. Kawai, *Advances in Boundary Element Methods in Acoustics: Chapter 10, Applications in Architectural Acoustics*. Southampton: Computational Mechanics Publications, 1991.

### 口頭発表論文

- [8] 河井康人・寺井俊夫「厚さのない有限な剛板による回折音場」日本建築学会近畿支部研究報告集(計画系), 21-24, 昭和53年, 1978.
- [9] 河井康人・寺井俊夫「厚さのない有限な剛板による回折音場」日本音響学会春季研究発表会講演論文集, 689-690, 1978
- [10] 河井康人・寺井俊夫「厚さのない有限な剛板による回折音場」日本音響学会秋季研究発表会講演論文集, 559-560, 1978
- [11] 河井康人「Kirchhoffの境界条件について」日本音響学会春季研究発表会講演論文集, 479-480, 1980

- [12] Y. Kawai, On the Approximation of Kirchhoff's Boundary Conditions, 10th I.C.A. Contributed Papers Vol.3, I-4.6, 1980 (Sydney).
- [13] Y. Kawai, Sound attenuation by finite barriers, *Proceedings of the 11th I.C.A. Paris*, Vol.1, 129-132, 1983.
- [14] Y. Kawai and T. Terai, The application of the integral equation methods to the calculation of sound attenuation by barriers, *International Symposium on Environmental Acoustics in Memory of the Retirement of Prof. Dr. Z. Maekawa*, 123-137, 1989.
- [15] 河井康人・寺井俊夫「積分方程式による吸音性障壁の遮音計算」日本建築学会大会学術講演梗概集(計画系), 399-400, 1989.
- [16] 河井康人「積分方程式による二次元音場の計算」日本建築学会大会学術講演梗概集(計画系), 43-44, 昭和59年, 1984.
- [17] 河井康人・寺井俊夫「オーディトリアムの座席列上の音響伝搬について」日本音響学会秋季研究発表会講演論文集, 597-598, 1985.
- [18] 河井康人・寺井俊夫「オーディトリアムの座席列上の伝搬音の計算」日本建築学会大会学術講演梗概集(計画系), 231-232, 昭和60年, 1985.
- [19] 河井康人・寺井俊夫「積分方程式による座席列上の音響伝搬の解析」日本音響学会, 建築音響研究委員会資料, AA86-03, 昭和61年, 1986.
- [20] 河井康人・寺井俊夫「座席列上の伝搬音の予測について」日本音響学会春季研究発表会講演論文集, 555-556, 昭和63年, 1988.
- [21] Y. Kawai and T. Terai, Calculation of sound fields over audience seats by using integral equation method, *ASME Winter Annual Meeting, San Francisco*, NCA-Vol.6, 163-169, 1989.
- [22] 河井康人「積分方程式による薄板まわりの過渡音場の計算法」日本音響学会春季研究発表会講演論文集, 489-490, 昭和60年, 1985.
- [23] 河井康人「積分方程式による薄板まわりの過渡音場の計算法」日本建築学会近畿支部研究報告集(計画系), 93-96, 昭和60年, 1985.
- [24] 河井康人「積分方程式による薄板まわりの過渡音場の計算」日本音響学会春季研究発表会講演論文集, 553-554, 昭和62年, 1987.
- [25] 河井康人「積分方程式による薄板まわりの過渡音場の計算」日本建築学会近畿支部研究報告集(計画系), 177-180, 昭和62年, 1987.
- [26] 河井康人・藤原陽・寺井俊夫「積分方程式による剛板まわりの過渡音場の計算」日本音響学会秋季研究発表会講演論文集, 681-682, 昭和63年, 1988.
- [27] 河井康人・寺井俊夫「剛な薄板の反射回折音場について」日本建築学会大会学術講演梗概集, 283-284, 昭和63年, 1988.

- [28] T. Terai and Y. Kawai, Calculation of steady and transient sound fields by using integral equation, *International Symposium on Environmental Acoustics in Memory of the Retirement of Prof. Dr. Z. Maekawa*, 75-97, 1989.
- [29] Y. Kawai, A numerical method for the calculation of transient acoustic scattering from thin rigid objects, *13th. I.C.A. Contributed Papers*, Vol.1, 241-244, 1989 (Belgrade).
- [30] 河井康人・寺井俊夫「多孔性吸音材の物性値の同定」日本建築学会近畿支部研究報告集(計画系), 25-28, 昭和52年, 1977.
- [31] 河井康人・寺井俊夫「多孔性吸音材の物性値の同定」日本建築学会大会学術講演梗概集(計画系), 95-96, 昭和52年, 1977.
- [32] 河井康人・寺井俊夫・中村敏明・中村昭「多孔質材料の吸音物性について」日本音響学会春季研究発表会講演論文集, 703-704, 昭和56年, 1981.
- [33] 河井康人・寺井俊夫「多孔質材料の吸音物性について」日本音響学会, 建築音響研究委員会資料, AA81-24, 昭和56年, 1981.
- [34] 河井康人・長田晃一・寺井俊夫「積分方程式によるオーディトリウムへの過渡音場の計算法」日本建築学会近畿支部研究報告集(計画系), 17-20, 昭和61年, 1986.
- [35] 河井康人・寺井俊夫「室内の過渡音場の計算」日本音響学会, 建築音響研究委員会資料, AA87-09, 昭和62年, 1987.
- [36] 河井康人・寺井俊夫「室内の過渡音場の計算と実用化」日本建築学会環境工学委員会、第30回音シンポジウム, 昭和62年, 1987.
- [37] 河井康人・寺井俊夫「法線方向微分形積分方程式(NDF)による室の過渡音場の計算」日本音響学会, 建築音響研究委員会資料, AA89-31, 1989.
- [38] 河井康人・寺井俊夫「室の過渡応答の計算法についての考察」日本建築学会近畿支部研究報告集(計画系), 45-48, 1990.

## 引用文献

- [39] P. M. Morse and K. U. Ingard. *Theoretical Acoustics* Princeton University Press, Princeton, 1986.
- [40] B. B. Baker and E. T. Copson, *The Mathematical Theory of Huygens' Principle, second edition* Clarendon Press, Oxford, 1950.
- [41] M. Born and E. Wolf *Principles of Optics, 5th ed.* Pergamon Press, 1975.
- [42] A. Sommerfeld, Die Greensche Funktion der Schwingungsgleichung, *J. -Ber. Deutsch Math.-Verein*, 21, 309-353, 1912.
- [43] F. Rellich, Über das asymptotische Verhalten der Lösungen von  $\Delta u + \lambda u = 0$  in unendlichen Gebieten, *J. -Ber. Deutsch Math.-Verein*, 53, 57-65, 19
- [44] F. V. Atkinson, On Sommerfeld's "Radiation Condition," *The Philosophical Magazine*, 40, 645-651, 19
- [45] O. D. Kellogg *Foundations of Potential Theory*. Berlin: Springer-Verlag, 1929 (1967 re-issue).
- [46] Günter, N. M., *Potential Theory and Its Applications to Basic Problems of Mathematical Physics*, Ungar, 1967.
- [47] A. J. Burton and G. F. Miller, The application of integral equation methods to the numerical solution of some exterior boundary-value problems, *Proceedings of the Royal Society, London*, A323, 201-210, 1971.
- [48] W. L. Meyer, W. A. Bell, B. T. Zinn, and M. P. Stallybrass, Boundary integral solutions of three dimensional acoustic radiation problems, *Journal of Sound and Vibration*, 59, 245-262, 1978.
- [49] H. A. Schenck, Improved integral formulation for radiation problems, *Journal of Acoustical Society of America*, 44, 41-58, 1968.
- [50] A. J. Burton, The solution of Helmholtz' equation in exterior domains using integral equations, *NPL Report NAC*, 30, London: National Physical Laboratory, 1973.
- [51] T. Terai, On calculation of sound fields around three dimensional objects by integral equation methods, *Journal of Sound and Vibration*, 69, 71-100, 1980.
- [52] A. W. Maue, Zur Formulierung eines allgemeinen Beugungsproblems durch eine Integralgleichung, *Zeitschrift für Physik*, 126, 601-618, 1949.
- [53] K. M. Mitzner, Acoustic scattering from an interface between media of greatly different density, *Journal of Mathematical Physics*, 7, 2053-2060, 1966
- [54] M. P. Stallybrass, On a pointwise variational principle for the approximate solution of linear boundary value problems, *Journal of Mathematics and Mechanics*, 16, 1247-1286, 1967

- [55] P. Filippi and G. Dumery, Etude théorique et numérique de la diffraction par un écran mince, *ACUSTICA*, 21, 343-350, 1969.
- [56] F. Cassot, **19P3** 169-172. Diffraction par un écran mince de forme quelconque: comparaison entre des résultats numériques et l'expérience, *Proceedings of the 7th I.C.A. Budapest*, 19P3, 169-172, 1971.  
F. Cassot, Contribution à l'étude de la diffraction par un écran mince, *ACUSTICA*, 34, 64-71. 1975.
- [57] 古江嘉弘,「建物開口部からの音の放射に関する基礎的研究」, 博士論文(京大), 昭和 62 年, 1987.
- [58] S. L. Sobolev, *Partial Differential Equations of Mathematical Physics*, Dover Publication, New York, 1989 ( republication of the work first published by Pergamon Press in 1964, whose original Russian edition, *Uravneniya matematicheskoi fiziki*, was published by Gostekhizdat, Moscow.
- [59] A. Sommerfeld, Mathematische Theorie der Diffraction, *Math. Ann.*, 47, 317-374, 1896.
- [60] H. S. Carslaw, Some multiform solutions of the partial differential equations of Physical mathematics and their applications, *Proc. London Math. Soc.*, 30, 121-161, 1899.
- [61] H. M. Macdonald, A class of diffraction problems, *Proc. London Math. Soc.*, 14, 410-427, 1915.
- [62] H. G. Jonasson, Sound reduction by barriers on the ground, *Journal of Sound and Vibration*, 22, 113-126, 19 .
- [63] 川井・伊藤「半無限障壁による回折音場」日本音響学会誌 32 巻 5 号, 319-327, 1976.
- [64] 前川「障壁(塀)の遮音設計に関する実験的研究」日本音響学会誌 18 巻 4 号, 187-196, 1962.
- [65] 前川「有限障壁(衝立)による騒音の回折」日本音響学会誌 21 巻 1 号, 1-7, 1965.
- [66] F. Kottler, Zur Theory der Beugung an schwarzen Schirmen, *Annalen der Physik*, 4 Folge, 71, 405-456, 1923.
- [67] A. Rubinowicz, *Die Beugungswelle in der Kirchhoffschen Theorie der Beugung*, Zweite Auflage, Springer-Verlag, 1966.
- [68] K. Miyamoto and E. Wolf, Generalization of Maggi-Rubinowicz theory of the boundary diffraction wave I, II, *Journal of the Optical Society of America*, 52, 615-637, 1962.
- [69] T. J. Schultz and B. G. Watters, Propagation of sound across audience seating, *Journal of the Acoustical Society of America*, 36, 885-896, 1964.
- [70] G. M. Sessler and J. E. West, Sound transmission over theatre seats, *Journal of the Acoustical Society of America*, 36, 1725-1732, 1964.
- [71] Y. Ando and K. Kato, Calculations on the sound reflection from periodically uneven surfaces of arbitrary profile, *ACUSTICA*, 35, 321-329, 1976.

- [72] Y. Ando, M. Takaishi and K. Tada, Calculation of the sound transmission over theater seats and methods for its improvement in the low-frequency range, *Journal of the Acoustical Society of America*, 72, 443-448, 1982.
- [73] 飯田, 大崎, 安藤「座席列上の音響伝搬特性とその近似計算法」日本音響学会誌 43 巻 12 号, 929-935, 1987.
- [74] L. L. Beranek, *Music, Acoustics & Architecture*, John Wiley & Sons, 1962
- [75] K. M. Mitzner, Numerical solution for transient scattering from a hard surface of arbitrary shape - retarded potential technique, *Journal of the Acoustical Society of America*, 42, 391-397, 1967.
- [76] M. B. Friedman and R. P. Shaw, Diffraction of pulses by cylindrical obstacles of arbitrary cross section, *Journal of Applied Mechanics*, 29, 40-46, 1962.
- [77] R. P. Shaw, Diffraction of acoustic pulses by obstacles of arbitrary shape with a Robin boundary condition, *Journal of the Acoustical Society of America*, 41, 855-859, 1967.
- [78] R. P. Shaw, Comments on "Numerical solution for transient scattering from a hard surface of arbitrary shape - retarded potential technique," *Journal of the Acoustical Society of America*, 43, 638-639, 1968.
- [79] 寺井俊夫,「積分方程式による建築の音場計算に関する研究」博士論文(京都大学), 昭和 54 年, 1979.
- [80] Y. Sakurai and K. Ishida, Multiple reflections between rigid plane panels, *Journal of the Acoustical Society of Japan (E)*, 3, 183-190, 1982.
- [81] Y. Sakurai and K. Nagata, Sound reflections of a rigid plane panel and of the "live end" composed by those panels, *Journal of the Acoustical Society of Japan (E)*, 2, 5-14, 1981.
- [82] Y. Sakurai, Sound reflection of a curved rigid panel, *Journal of the Acoustical Society of Japan (E)* 2, 63-70, 1981.
- [83] Y. Sakurai and K. Ishida, Multiple reflections between rigid curved panels, *Journal of the Acoustical Society of Japan (E)*, 4, 27-33, 1983.
- [84] K. Sekiguchi, S. Kimura and T. Sugiyama, Approximation of impulse response through computer simulation based on finite sound ray integration, *Journal of the Acoustical Society of Japan (E)*, 6, 103-115, 1985.
- [85] A. Krokstad, S. Strøm and S. Sørsdal, Calculating the acoustical room response by the use of a ray tracing technique, *Journal of Sound and Vibration*, 8, 118-125, 1968.
- [86] M. R. Schroeder, Digital simulation of sound transmission in reverberant spaces, *Journal of the Acoustical Society of America*, 47, 424-431, 1970.
- [87] H. Juricic and F. Santon, Images et rayons sonores dans le calcul numérique des échogrammes, *ACUSTICA*, 28, 77-89, 1973.

- [88] F. Santon, Numerical prediction of echograms and of the intelligibility of speech in rooms, *Journal of the Acoustical Society of America*, 59, 1399-1405, 1976.
- [89] F. Santon, Traitement acoustique de trois salles à partir d'une méthode de rayons, *ACUSTICA*, 44, 46-50, 1980.
- [90] A. Krokstad, S. Strøm and S. Sørsdal, S., Fifteen years' experience with computerized ray tracing, *Applied Acoustics*, 16, 291-312, 1983.
- [91] M. Gensane and F. Santon, Prediction of sound fields in rooms of arbitrary shape: validity of the image sources method, *Journal of Sound and Vibration*, 63, 97-108, 1979.
- [92] Y. Sakurai and K. Ishida, Multiple sound reflections between plane panels covered with reflection coefficients, *Journal of the Acoustical Society of Japan(E)*, 4, 121-126, 1983.
- [93] Y. Sakurai, The early reflections of the impulse response in an auditorium, *Journal of the Acoustical Society of Japan(E)*, 8, 127-138, 1987.
- [94] K. Sekiguchi, S. Kimura and T. Sugiyama, Approximation of impulse response through computer simulation based on finite sound ray integration, *Journal of the Acoustical Society of Japan(E)*, 6, 103-115, 1985.
- [95] 橋・石井「音響模型実験のための内装材・吸音特性のシミュレーション」, 日本音響学会誌 28 巻, 4 号, 169-175, 1972.
- [96] 橋・石井・平野「N<sub>2</sub> 置換法による音響模型実験」, 日本音響学会誌 27 巻, 3 号, 163-169, 1971.
- [97] M. R. Schroeder, New method of measuring reverberation time, *Journal of the Acoustical Society of America*, 37, 409-412, 1965.
- [98] V. L. Jordan. *Acoustical Design of Concert Halls and Theatres*, Applied Science Publishers, London, 1980.
- [99] M. Isida (Ed.) *Computer Science Monographs, A Publication of the Institute of Statistical Mathematics, TIMSAC-84 Part 1*, The Institute of Statistical Mathematics, 1985.
- [100] G. Kitagawa, Changing spectrum estimation, *Journal of Sound and Vibration*, 89, 433-445, 1983.





## 謝 辞

京都大学教授・寺井俊夫先生には、大学院博士課程以来今日まで、積分方程式を用いた音場計算をはじめ、音響問題全般にわたってご指導とご鞭撻を頂き、また本論文をまとめるにあたり、有益かつ適切なご助言を頂きましたことを深く感謝致します。さらに、本年（平成3年）9月には、本論文の第3章、第5章に関連した発表論文に対し、日本建築学会より奨励賞（論文）を頂くことができましたのも、寺井俊夫先生の長きにわたるご指導のおかげであり、深くお礼申し上げます。

京都大学名誉教授、現摂南大学教授・松浦邦男先生には、大学院時代より終始変わらぬご指導と叱咤激励を頂きました。心より感謝申し上げます。また、関西大学助教授・桜井美政先生には、関大大学院修士課程以来、多大のご指導と助言を頂き、研究面でおおきな励みとなりましたことを心から感謝致します。

関大大学院当時、建築環境工学をご担当されていた関原猛夫先生、京大大学院に移ってからは、当時京都大学教授・堀江五郎先生、京都大学教授・中村泰人先生には、ゼミを通じ研究方法等の面で多くを学ばせて頂きました。お礼を申し上げます。京都大学助教授・古江嘉弘先生には大学院時代より今日まで、研究内容についての議論や助言を頂き、深く感謝致します。

大阪工業大学教授・金谷英一先生には建築環境工学全般にわたりご指導頂き、また、神戸大学名誉教授・前川純一先生には、建築学会近畿支部音環境部会や音響学会の発表会において、音響問題全般についてご指導頂きました。厚くお礼申し上げます。

多孔質吸音材料の吸音物性値の研究のため、昭和56年頃大阪大学産業科学研究所の研究施設を使用させて頂きました。当時大阪大学助教授、現福井工業大学教授・中村昭先生はじめ当時研究室におられた諸氏に深く感謝致します。

第7章の過渡応答計算において、ホール形状入力や三角要素分割プログラムの作成等で、OTO技術研究所・長田晃一氏に多大の協力を頂き、日本建築総合試験所・藤原陽氏には、大阪工科大学院在籍当時、座席列上の伝搬音の実験と計算を手伝って頂きました。感謝致します。また、京大建築学科環境研究室の諸氏からは、研究面で有益な議論や助言を頂き、深くお礼申し上げます。







